



Διάλεξη 09: Σχεσιακή Άλγεβρα και Σχεσιακός Λογισμός (Relational Algebra/Calculus) I

Στην ενότητα αυτή θα μελετηθούν τα εξής επιμέρους θέματα:
Εισαγωγή στις έννοιες:

- Σχεσιακή Πληρότητα
- Σχεσιακή Άλγεβρα
- Μοναδιαίοι Τελεστές
- Τελεστές Συνόλων

Διδάσκων: Παναγιώτης Ανδρέου

Εισαγωγή

- Η **Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)** και ο **Σχεσιακός Λογισμός (Codd'71)** είναι τυπικές γλώσσες που σχετίζονται με το **σχεσιακό μοντέλο**
- Επιτρέπουν την **δημιουργία επερωτήσεων** πάνω σε σχέσεις
- Ο Σχεσιακός Λογισμός (Relational Calculus) μετράει τη “δύναμη” μίας σχεσιακής γλώσσας
 - Αν μία γλώσσα μπορεί να δημιουργήσει/εκφράσει οποιαδήποτε σχέση που εξάγεται από το Σχεσιακό Λογισμό τότε αυτή είναι **Σχεσιακά Πλήρης**
- Ο σχεσιακός λογισμός αποτελείται από δύο είδη λογισμών
 - **Λογισμός Πλειάδων (Tuple Relational Calculus)**
 - **Λογισμός Πεδίων (Domain Relational Calculus)**

Γλώσσες Βάσεων Δεδομένων

- **Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)**
 - **Προστακτική:** ορίζεται η σειρά εκτέλεσης των πράξεων.
 - Μια Επερώτηση του χρήστη σε SQL μεταφράζεται από την βάση σε μια έκφραση **σχεσιακής άλγεβρας**, το λεγόμενο **πλάνο εκτέλεσης (query plan)**.
- **Λογισμός Πλειάδων (Tuple Calculus)**
 - **Δηλωτική:** δεν ορίζεται η σειρά εκτέλεσης των πράξεων απλά το επιθυμητό αποτέλεσμα,
 - Η **SQL** στηρίζεται πάνω στην δηλωτική φύση του **Λογισμού Πλειάδων** εάν SQL επερωτήσεις εκτελούνται σαν εκφράσεις **Σχεσιακής Άλγεβρας**
- **Λογισμός Πεδίων (Domain Calculus)**
 - Όμοια με Λογισμό Πλειάδων (οι μεταβλητές είναι γνωρίσματα και όχι πλειάδες)
 - Δηλωτική και πάνω σ' αυτή στηρίζεται η **QBE**
 - Υλοποιείται IBM QMF, MS Access και Paradox, κ.α.
- Πάνω σε αυτές τις **θεωρητικές γλώσσες** έχουν δημιουργηθεί **πραγματικές γλώσσες βάσεων δεδομένων (π.χ., SQL, QBE)**

Γλώσσες Βάσεων Δεδομένων (συν.)

- Επερώτηση: Τύπωσε το **FNAME** (Όνομα), **LNAME** (Επίθετο) και το **SALARY** (Μισθό) του κάθε **EMPLOYEE** που εργάζεται στο τμήμα 5
- Παράδειγμα Σχεσιακής Άλγεβρας:
 - $TEMP \leftarrow \sigma_{DNO=5}(EMPLOYEE)$
 - $RESULT \leftarrow \pi_{FNAME, LNAME, SALARY}(TEMP)$
- Παράδειγμα Λογισμού Πλειάδων:
 - $\{ t.Fname, t.Lname, t.salary \mid EMPLOYEE(t) \text{ AND } t.Dno=5 \}$
 - Η πιο πάνω έκφραση ονομάζεται **Set Builder Notation (Σημειογραφία Δημιουργίας Συνόλων)** {<γνωρίσματα αποτελέσματος> | <συνθήκες>}
- Παράδειγμα Λογισμού Πεδίων Ορισμού:
 - $\{ (F,L,S,D) \mid (F,L,S,D) \in EMPLOYEE \wedge D=5 \}$
 - Παρόμοια με Λογισμό Πλειάδων (οι μεταβλητές είναι γνωρίσματα – οι περιορισμοί εκφράζονται στο πεδίο ορισμού)
 - Οι εκφράσεις σε **QBE** $\{ flsd \mid EMPLOYEE(flstd) \text{ and } d=5 \}$ βασίζονται στο πιο πάνω

Σχεσιακή Άλγεβρα

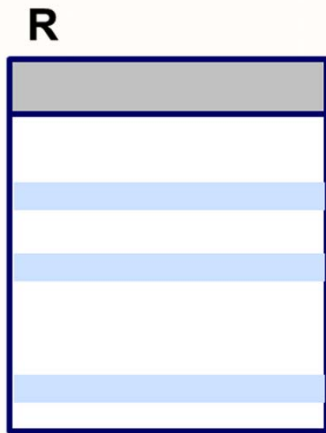
- Άτυπος Ορισμός: Υψηλού επιπέδου διαδικαστική γλώσσα ερωτημάτων στο σχεσιακό μοντέλο
- Ουσιαστικά η πιο διαδεδομένη τυπική γλώσσα του ΣΜ
- Ορίζει σειρά εκτέλεσης των πράξεων (προστακτική)
- Η Σχεσιακή Άλγεβρα είναι “Κλειστή” (closed), δηλ., **ΌΛΑ** τα αντικείμενα στη σχεσιακή άλγεβρα **Είναι Σχέσεις** (ακόμη και μια απλή αριθμητική τιμή)
 - Το αποτέλεσμα εκτέλεσης ΟΛΩΝ των τελεστών μας επιστρέφει πίσω μια νέα σχέση, η οποία μπορεί να δημιουργείται από 1 ή περισσότερες σχέσεις εισόδου.
- Παράδειγμα Έκφρασης στην Σχεσιακή Άλγεβρα

$\pi_{\text{PERSON_ID,NAME}} (\sigma_{\text{GENDER='F'}} (\text{PERSON}))$

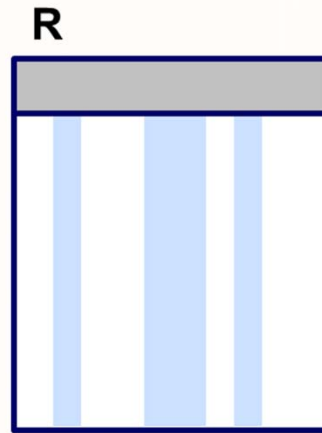
Τελεστές στην Σχεσιακή Άλγεβρα

- **5 Βασικοί Τελεστές:** Επιλογή (Selection), Προβολή (Projection), Καρτεσιανό Γινόμενο (Cartesian Product), Ένωση (Union), Αφαίρεση (Division)
- **Επιπρόσθετοι Τελεστές:** Δυαδικός Σχεσιακός Τελεστής (Join), Τομή (Intersection), και Διάρθρωση (Division) που μπορούν να εκφραστούν με τους 5 βασικούς τελεστές
- Ενεργούν πάνω σε μία ή περισσότερες σχέσεις
- Δεν επηρεάζουν της πρότυπες σχέσεις
- Η είσοδος και έξοδος είναι σχέσεις
- Επιτρέπουν φωλιασμένες εκφράσεις όπως την αριθμητική
- Επιτρέπουν ομαδοποίηση (π.χ., φοιτητές ανά έτος) και συναθροιστικές πράξεις (π.χ., Min, Max, Sum, AVERAGE)

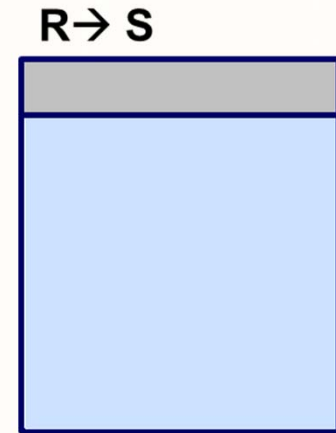
Σύνοψη Τελεστών/Πράξεων (Σχεσιακής Άλγεβρας)



Επιλογή/Selection (σ)



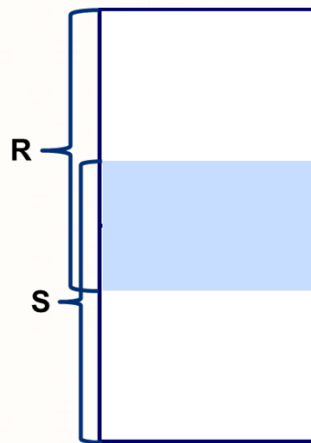
Προβολή/Projection (π)



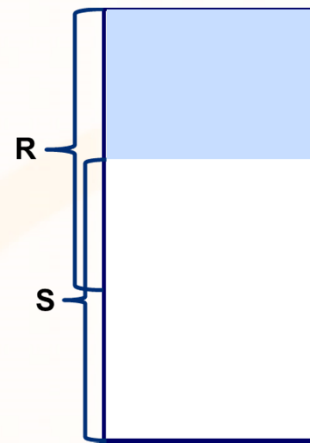
Μετονομασία/Rename (ρ)



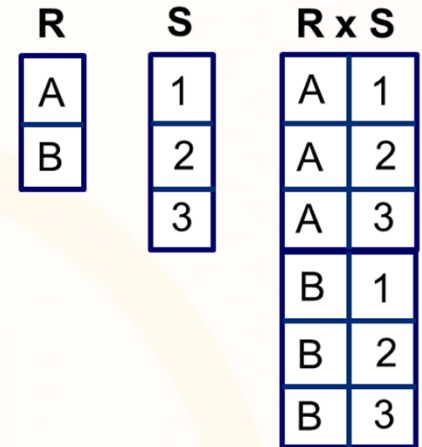
Ένωση/Union (\cup)



Τομή/Intersection (\cap)



Αφαίρεση/
Set Difference ($-$)



Καρτεσιανό Γινόμενο/
Cartesian Product (\times)

Σύνοψη Τελεστών/Πράξεων (Σχεσιακής Άλγεβρας)

R		S	
A	B	B	C
a	1	1	x
b	2	2	y
c	4	3	z

$$R \bowtie_{\Theta=B} S \quad (R.B=S.B)$$

A	B	C
a	1	x
b	2	y

Συνένωση Θ /
 Θ -Join (\bowtie_{Θ})

$$R * S$$

A	B	C
a	1	x
b	2	y

Φυσική Συνένωση/
Natural Join (*)

$$R \ltimes_B S$$

A	B
a	1
b	2

Ημι-Συνένωση /
Semi Join (\ltimes_{Θ})

$R \times S$

A	B	B	C
a	1	1	x
a	1	2	y
a	1	3	z
b	2	1	x
b	2	2	y
b	2	3	z
c	4	1	x
c	4	2	y
c	4	3	z

$$R \triangleright_B S$$

A	B
c	4

Αντι-Συνένωση /
Anti Join (\triangleright_{Θ})

$$R \Joinleft_B S$$

A	B	C
a	1	x
b	2	y
c	4	

Αριστερή Εξ. Συνένωση/
Left (Outer) Join (\Joinleft_{Θ})

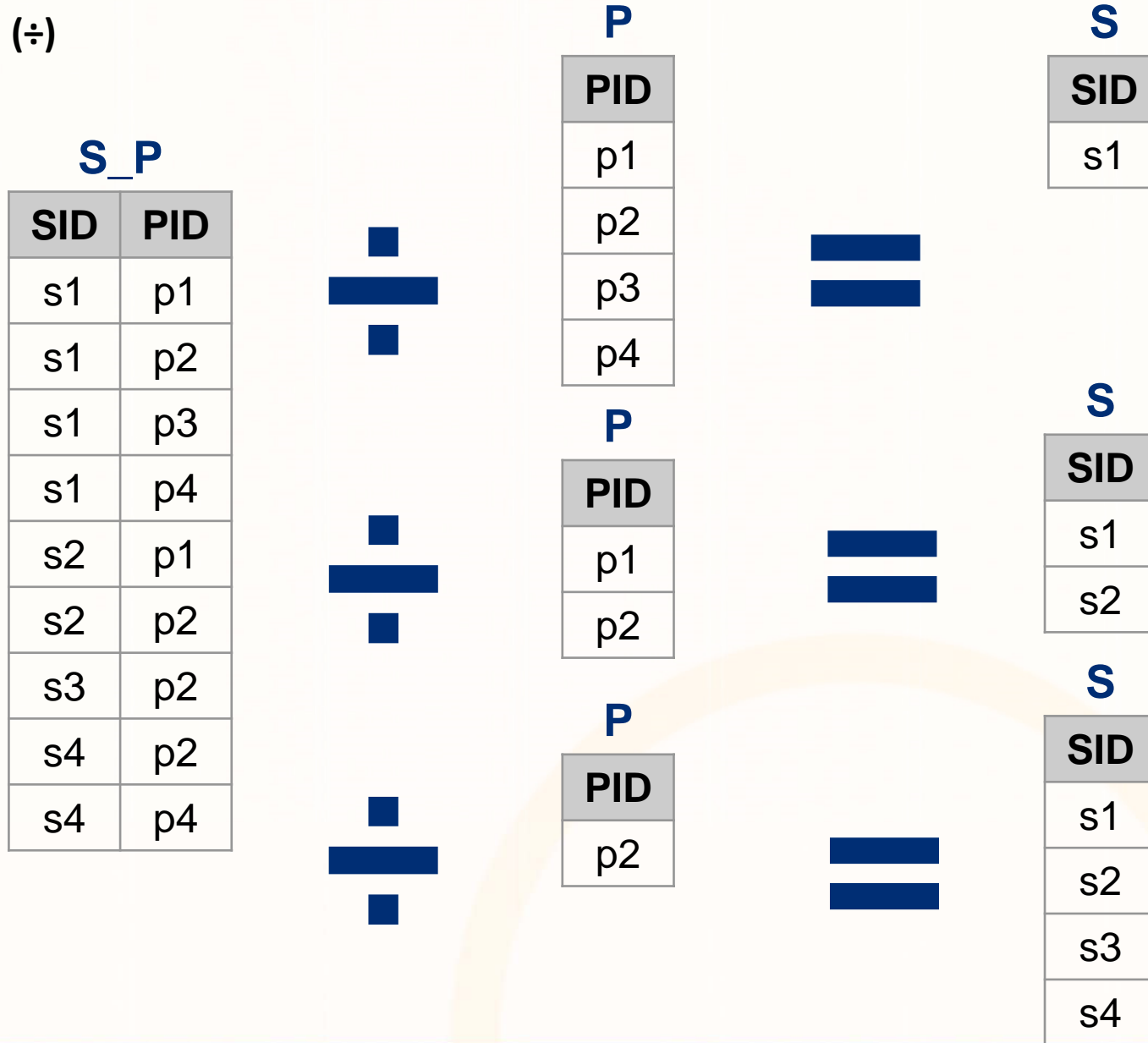
$$R \Joinright_B S$$

A	B	C
a	1	x
b	2	y
c	4	
	3	z

Ολική Εξ. Συνένωση/
Full (Outer) Join (\Joinright_{Θ})

Σύνοψη Τελεστών/Πράξεων (Σχεσιακής Άλγεβρας)

Διαίρεση (\div)

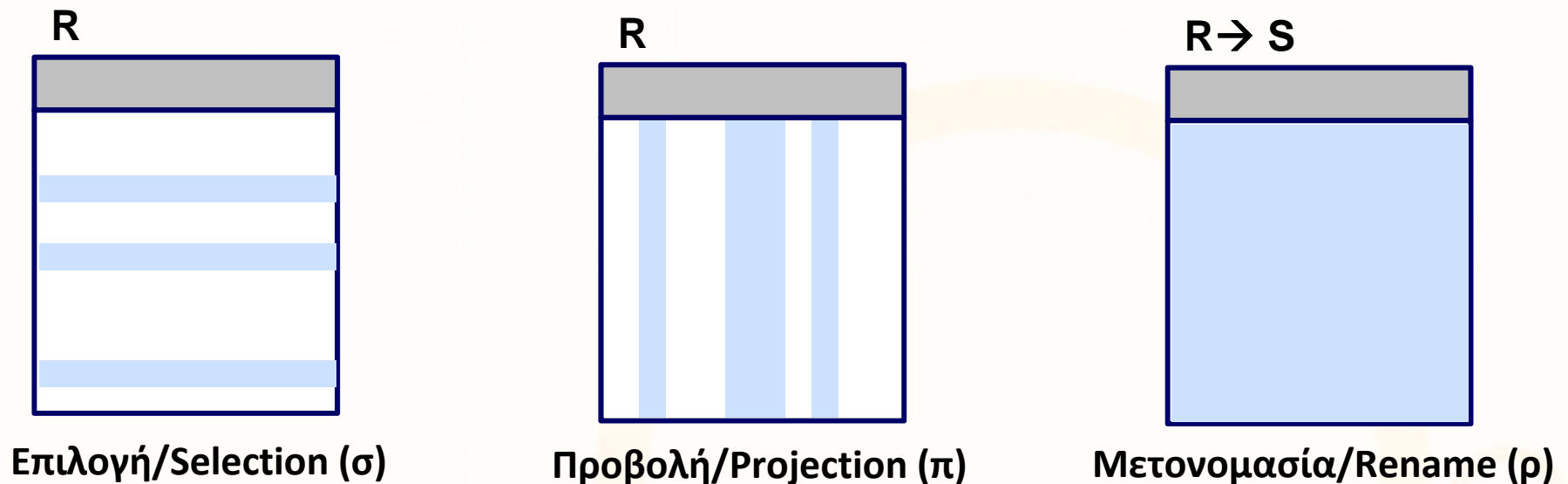


Εκφράσεις στην Σχεσιακή Άλγεβρα

- Οι εκφράσεις σχεσιακής άλγεβρας μπορούν να **διατυπωθούν** κατά τους ακόλουθους τρόπους:
 - A. Μια έκφραση η οποία θα αποτελείται από **εμφωλευμένες (nested) εκφράσεις**:
 - Π.χ., $\pi_{\text{FNAME, LNAME, SALARY}} (\sigma_{\text{DNO}=5}(\text{EMPLOYEE}))$
 - B. Πολλαπλές εκφράσεις με επί μέρους αποτελέσματα
 - Π.χ., $\text{TEMP} \leftarrow \sigma_{\text{DNO}=5}(\text{EMPLOYEE})$
 $\text{RESULT} \leftarrow \pi_{\text{FNAME, LNAME, SALARY}} (\text{TEMP})$

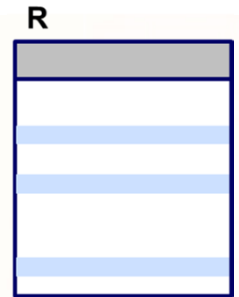
Μοναδιαίοι Τελεστές (Unary Relational Operators)

- Είσοδος: Μία σχέση
- Έξοδος: Μία νέα σχέση
- Η Σχεσιακή Άλγεβρα παρέχει τους ακόλουθους Μοναδιαίους Σχεσιακούς Τελεστές
 - Επιλογή (Selection): σ
 - Προβολή (Projection): π
 - Μετονομασία (Rename): ρ



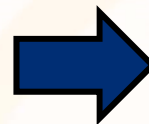
Μοναδιαίοι Τελεστές: Επιλογή/Selection (σ)

σ <συνθήκη/ες> (R)



- **Είσοδος:** Μία σχέση R
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία περιλαμβάνει όλες τις πλειάδες (γραμμές) της R οι οποίες ικανοποιούν την συνθήκη (ες)
- **Παράδειγμα:** $\sigma_{\text{GENDER}='F'}$ (**PERSON**)

PERSON		
PERSON_ID	NAME	GENDER
1	Andreas	M
2	Kostas	M
3	Maria	F
4	Eleni	F



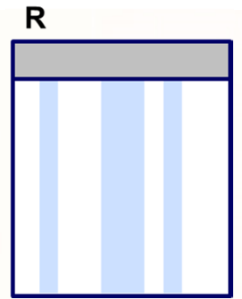
PERSON		
PERSON_ID	NAME	GENDER
3	Maria	F
4	Eleni	F

Μοναδιαίοι Τελεστές: Επιλογή/Selection (σ)

- Αν υπάρχουν πολλές **Συνθήκες/Κριτήρια Επιλογής** τότε διαχωρίζονται με λογικούς τελεστές: **AND, OR**
 - Π.χ., $GENDER='F' \text{ AND } PERSON_ID>3$
- Ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα (**commutative**)
 - Π.χ., $\sigma_{GENDER='F'} (\sigma_{PERSON_ID>3} (\mathbf{PERSON}))$ ισοδύναμο με $\sigma_{PERSON_ID>3} (\sigma_{GENDER='F'} (\mathbf{PERSON}))$
- Μία φωλιασμένη διάδοση τελεστών μπορεί να αντικατασταθεί με μία σύζευξη όλων των τελεστών με **AND**
 - Π.χ., $\sigma_{GENDER='F'} (\sigma_{PERSON_ID>3} (\mathbf{PERSON}))$ ισοδύναμο με $\sigma_{PERSON_ID>3 \text{ AND } GENDER='F'} (\mathbf{PERSON})$

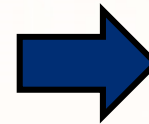
Μοναδιαίοι Τελεστές: Προβολή/Projection (π)

$\pi_{\langle \text{γνωρίσματα} \rangle} (R)$



- **Είσοδος:** Μία σχέση R
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία περιλαμβάνει μόνο τα γνωρίσματα της R που αναφέρονται μέσα στο σύνολο $\langle \dots \rangle$
- **Παράδειγμα:** $\pi_{\text{PERSON_ID,NAME}} (\text{PERSON})$

PERSON		
PERSON_ID	NAME	GENDER
1	Andreas	M
2	Kostas	M
3	Maria	F
4	Eleni	F

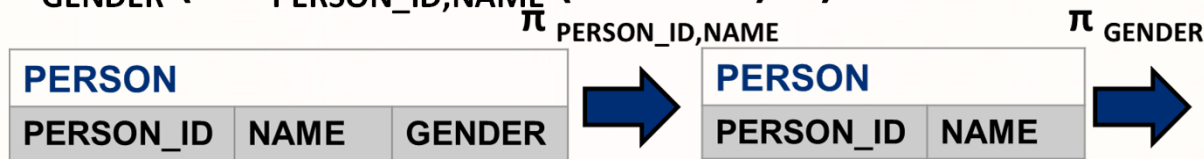


PERSON	
PERSON_ID	NAME
1	Andreas
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni

Μοναδιαίοι Τελεστές: Προβολή/Projection (π)

- **ΠΡΟΣΟΧΗ:** Ο τελεστής προβολής διαγράφει εξ' ορισμού τα διπλότυπα
 - Αυτό διότι το αποτέλεσμα ΠΡΕΠΕΙ να είναι ΣΥΝΟΛΟ πλειάδων και τα σύνολα δεν επιτρέπουν τα διπλότυπα
- Η αντιμεταθετική ιδιότητα δεν ισχύει πάντα. Γιατί;

- Π.χ., $\pi_{\text{GENDER}} (\pi_{\text{PERSON_ID, NAME}} (\text{PERSON}))$



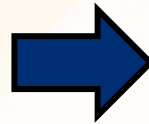
- Ισχύει μόνο όταν τα γνωρίσματα της εξωτερικής προβολής είναι υποσύνολο των γνωρισμάτων της εσωτερικής προβολής
- Το ίδιο πρόβλημα ισχύει με τη συνεργασία με τον τελεστή της επιλογής (σ)
 - Π.χ., $\pi_{\text{GENDER}} (\sigma_{\text{PERSON_ID} > 3} (\text{PERSON}))$: **Ορθό**
 $\sigma_{\text{PERSON_ID} > 3} (\pi_{\text{GENDER}} (\text{PERSON}))$: **Λάθος** Γιατί;

Μοναδιαίοι Τελεστές: Μετονομασία/Rename (ρ)

ρ <νέο όνομα σχέσης (νέα ονόματα χαρακτηριστικών)> (R)

- **Είσοδος:** Μία σχέση R
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία είναι ταυτόσημη (σχήμα και δεδομένα) με την R άλλα έχει διαφορετικό όνομα σχέσης ή/και χαρακτηριστικών
 - Δεν είναι υποχρεωτικό να μετονομάζουμε πάντα τα χαρακτηριστικά
- **Παράδειγμα:** ρ TEMP(TEMP_ID,TNAME,TGENDER) (**PERSON**)

PERSON		
PERSON_ID	NAME	GENDER
1	Andreas	M
2	Kostas	M
3	Maria	F
4	Eleni	F



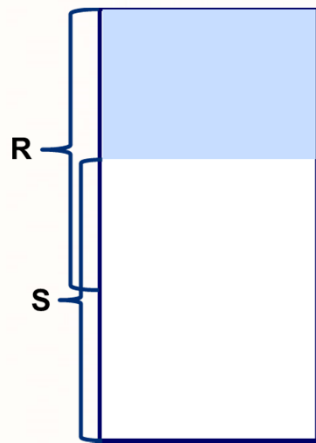
TEMP		
TEMP_ID	TNAME	TGENDER
1	Andreas	M
2	Kostas	M
3	Maria	F
4	Eleni	F

Τελεστές Συνόλων (Set Operators)

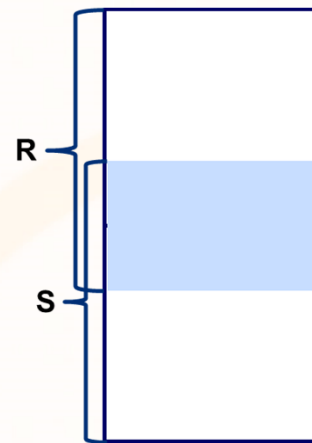
- Είσοδος: Δύο σχέσεις
- Έξοδος: Μία νέα σχέση
- Η Σχεσιακή Άλγεβρα παρέχει τους ακόλουθους Τελεστές Συνόλων
 - Ένωση/Union: \cup
 - Αφαίρεση/ Set Difference: $-$
 - Τομή/Intersection: \cap
 - Καρτεσιανό Γινόμενο/ Cartesian Product: \times



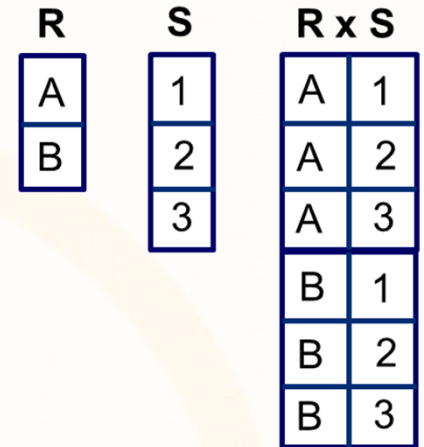
Ένωση/Union (\cup)



Αφαίρεση/
Set Difference ($-$)



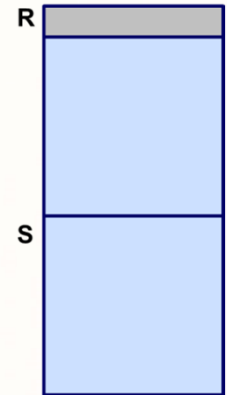
Τομή/Intersection (\cap)



Καρτεσιανό Γινόμενο/
Cartesian Product (\times)

Τελεστές Συνόλων: Ένωση/Union (U)

R U S



- **Είσοδος:** Δύο Σχέσεις: R, S
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία περιλαμβάνει όλες τις πλειάδες από τις σχέσεις R και S
 - **Προϋπόθεση:** Οι σχέσεις R και S πρέπει να έχουν τα ίδια γνωρίσματα (αριθμός και τύπος)

- **Παράδειγμα: R U S**

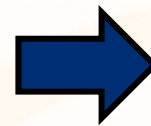
STUDENT	
SID	SNAME
1	Andreas
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni

$r(\text{STUDENT})=4$

U

TEACHER	
TID	TNAME
1	Andreas
2	Anna

$r(\text{TEACHER})=2$



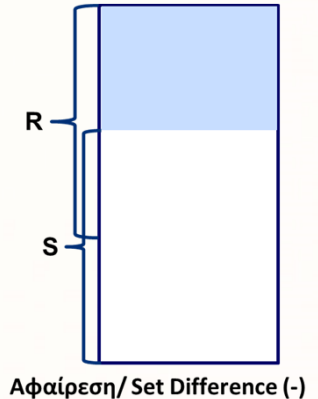
STUDENT_TEACHER	
???	???
1	Andreas
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni
2	Anna

$r(\text{STUDENT_TEACHER})=???$

Τελεστές Συνόλων: Αφαίρεση/Set Difference (-)

$$R - S$$

- **Είσοδος:** Δύο Σχέσεις: R, S
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία περιλαμβάνει μόνο τις πλειάδες της R που δεν υπάρχουν στην S
 - **Προϋπόθεση:** Οι σχέσεις R και S πρέπει να έχουν τα ίδια γνωρίσματα (αριθμός και τύπος)



• Παράδειγμα: R - S

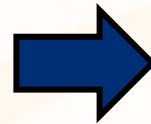
STUDENT	
SID	SNAME
1	Andreas
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni

$r(\text{STUDENT})=4$

—

TEACHER	
TID	TNAME
1	Andreas
2	Anna

$r(\text{TEACHER})=2$

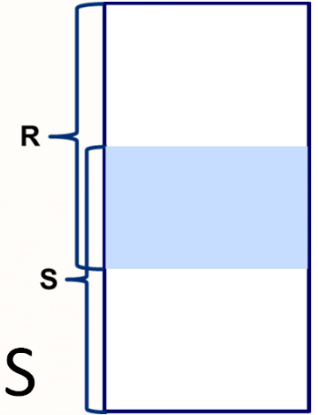


STUDENT_TEACHER	
SID	SNAME
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni

$r(\text{STUDENT_TEACHER})=3$

Άλλοι Τελεστές Συνόλων: Τομή/Intersection (\cap)

$$R \cap S = ((R \cup S) - (R-S) - (S-R))$$



- **Είσοδος:** Δύο Σχέσεις: R, S
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία περιλαμβάνει μόνο τις όμοιες πλειάδες που υπάρχουν στις σχέσεις R,S
 - **Προϋπόθεση:** Οι σχέσεις R και S πρέπει να έχουν τα ίδια γνωρίσματα (αριθμός και τύπος)
- **Παράδειγμα:** $R \cap S$

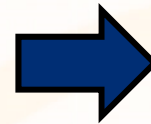
STUDENT	
SID	SNAME
1	Andreas
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni

$r(\text{STUDENT})=4$

\cap

TEACHER	
TID	TNAME
1	Andreas
2	Anna

$r(\text{TEACHER})=2$



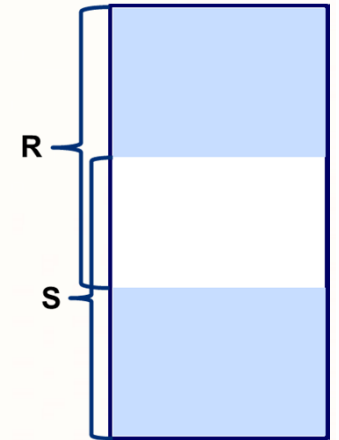
STUDENT_TEACHER	
???	???
1	Andreas

$r(\text{STUDENT_TEACHER})=???$

Άλλοι Τελεστές Συνόλων: Συμμετρική Διαφορά (\oplus)

$$R \oplus S = (R - S) \cup (S - R)$$

- **Είσοδος:** Δύο Σχέσεις: R, S
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία περιλαμβάνει μόνο τις πλειάδες της R που δεν υπάρχουν στην S και αντίστροφα
 - **Προϋπόθεση:** Οι σχέσεις R και S πρέπει να έχουν τα ίδια γνωρίσματα (αριθμός και τύπος)



• Παράδειγμα: $R \oplus S$

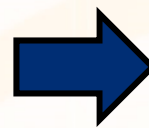
STUDENT	
SID	SNAME
1	Andreas
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni

$r(\text{STUDENT})=4$



TEACHER	
TID	TNAME
1	Andreas
2	Anna

$r(\text{TEACHER})=2$



STUDENT_TEACHER	
SID	SNAME
2	Kostas
3	Maria
4	Eleni
2	Anna

$r(\text{STUDENT_TEACHER})=???$

Τελ. Συν.: Καρτεσιανό Γινόμεν. /Cartesian Product (x)

R x S

R	S	R x S
A	1	A 1
A	2	A 2
A	3	A 3
B	1	B 1
B	2	B 2
B	3	B 3

- **Είσοδος:** Δύο Σχέσεις: R, S
- **Έξοδος:** Νέα σχέση η οποία περιλαμβάνει το σύνολο όλων των συνδυασμών πλειάδων μεταξύ R και S
- Πρακτικά, χρησιμοποιείται για να εξηγηθεί ο σημαντικός τελεστής της συνένωσης – JOIN)
- Το \times μεταξύ δυο σχέσεων βαθμού μεγαλύτερου του 2, π.χ., $R(A_1, A_2, \dots, A_n) \times S(B_1, B_2, \dots, B_m)$, μας επιστρέφει μια νέα σχέση βαθμού $n+m$
- Πόσες πλειάδες έχει η νέα σχέση; $n*m$ πλειάδες
- Οι σχέσεις R, S δεν χρειάζεται να συμφωνούν στον τύπο.

Παραδείγματα/Ασκήσεις

E: EMPLOYEE

SSN	NAME	DOB	GENDER	DNO
1	Andreas	1/1/80	M	1
2	Kostas	1/1/85	M	1
3	Maria	4/3/83	F	1
4	Eleni	6/7/85	F	2
5	Victoria	27/2/84	F	3

D: DEPARTMENT

DNO	DNAME
1	Finance
2	Audit
3	Management

- Τύπωσε τα ονόματα των Τμημάτων
- Τύπωσε όνομα και dno των υπάλληλων που είναι γυναίκες
- Τι θα τυπώσει το εξής: $\sigma_{\text{GENDER}='F'} (\pi_{\text{SSN,NAME}} (\mathbf{E}))$
- Τύπωσε όλα τα ονόματα της βάσης δεδομένων
- Τύπωσε τα τμήματα των υπαλλήλων που έχουν γεννηθεί το 85
- Τύπωσε όλα τα ονόματα των υπαλλήλων που έχουν SSN που υπάρχει σαν αριθμός τμήματος