4^{η} Σειρά Ασκήσεων

Για συντομία:
$P_1 = P_{G_1}$
$P_2 = P_{G_2}$
$P_3 = \ldots$
$P_0 = \ldots$

(1)

Άσκηση 1 :

α) Υποθέτουμε ότι ο G_0 είναι Βυζαντινός.

Ελέγχουμε (i) $\overset{G_1}{0}\ \overset{G_2}{0}\ \overset{G_3}{0}$ (η 111 είναι συμμετρική περίπτωση)

(ii) 1 0 0 (η 011 —— // ——)

(iii) 0 1 0 (η 101 —— // ——)

(iv) 0 0 1 (η 110 —— // ——)

(i) Είσοδος 000.

$$P_A = P_\Sigma(0) + P_\Sigma(1) = P_1(0)\cdot P_2(0)\cdot \underbrace{P_3(0)}_{=1} + \cancel{P_1(1)\cdot P_2(1)}\cdot \underbrace{P_3(1)}_{=0}$$

$P_2(0) = \frac{2}{3}$ αφού η είσοδος είναι 0.

Ο G_1 παίρνει τιμές $\underbrace{\overset{G_0}{0}}_{\text{πρώτος γύρος}}\ \underbrace{\overset{G_2}{0}\ \overset{G_3}{1}}_{\text{δεύτερος γύρος}}\ \underbrace{\overset{G_2}{0}\ \overset{G_3}{0}}_{\text{τρίτος γύρος}}$

Άρα $P_1(0) = 3/4$.

$$\therefore P_A = P_\Sigma(0) = \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

Για συμφωνία βλέπουμε μόνο την περίπτωση όπου ο G_2 επιλέγει 0. Διαφορετικά, ο G_2 επιλέγει 1 και ο G_3, 0 άρα δεν υπάρχει περίπτωση συμφωνίας.

(ii) Είσοδος 100

$$P_A = P_\Sigma(0) + \cancel{P_\Sigma(1)} \overset{P_3(1)=0}{=\!=} P_\Sigma(0) = P_1(0)\underbrace{P_2(0)}_{2/3}\underbrace{P_3(0)}_{=1} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

Ο G_1 λαμβάνει 1, 0, 1, $\underline{0}$, 0 Για συμφωνία G_2, G_3.

Άρα $P_1(0) = 3/4$ αφού το 0 πλειοψηφεί.

(iii) Είσοδος 0 1 0

$$P_A = P_2(0) + \cancel{P_2(1)}^{P_3(1)=0} = P_1(0)\cdot \underbrace{P_2(0)}_{1/3 \text{ αφού έχει input } 1}\cdot \underbrace{P_3(0)}_{=1} = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

Ο G_1 λαμβάνει 0 0 1 _ 0

Πλειοψηφεί το 0. Άρα $P_1(0) = \frac{3}{4}$

(iv) Είσοδος 0 0 1

$$P_A = \cancel{P_2(0)}^{P_3(0)=0} + P_2(1) = P_1(1)\cdot \underbrace{P_2(1)}_{1/3 \text{ αφού παίρνει } 0}\cdot \underbrace{P_3(1)}_{=1} = 3/4 \cdot 1/3 = \boxed{\frac{1}{4}}$$

Ο G_1 λαμβάνει 0 0 1 1 1

για συμφωνία, ο G_2 πρέπει να συμφωνήσει με τον G_3.

Πλειοψηφεί το 1, άρα $P_1(1) = 3/4$

(β) Υποθέτουμε ότι ο G_1 είναι Βυζαντινός.

Αν είσοδος είναι 1 (συμμετρικά για 0)

$P_A = P_2(1)$ (αφού για συμφωνία, όλοι πρέπει να συμφωνήσουν με την είσοδο).

$= P_2(1)\cdot P_3(1) = \frac{2}{3}\cdot 1 = \boxed{\frac{2}{3}}$

(γ) Υποθέτουμε ότι ο G_2 είναι Βυζαντινός.

Αν είσοδος είναι 0,

$$P_A = P_2(0) = P_1(0)\cdot \underbrace{P_3(0)}_{=1}.$$

τιμές του Βυζαντινού G_2

Ο G_1 λαμβάνει 0 __ 1 __ 0

Περιπτώσεις: (i) Ο G_2 στέλνει $<0,0>, <0,1>, <1,0>$

(ii) Ο G_2 στέλνει $<1,1>$.

(i) Σε αυτή την περίπτωση πλειοψηφεί το 0 ③

Άρα $P_1(0) = 3/4 \Longrightarrow P_A = \boxed{3/4}$

(ii) Σε αυτή την περίπτωση πλειοψηφεί το 1.
(παίρνει δηλαδή ο G_1 τιμές 0 1 1 1 0)

Εδώ $P_1(0) = 1/4 \Longrightarrow P_A = \boxed{1/4}$

Αν είσοδος είναι 1.

$$P_A = P_\Sigma(1) = P_1(1) \cdot \underbrace{P_3(1)}_{=1} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

Ο G_1 λαμβάνει 1 ___ 1 ___ 1 άρα οποιαδήποτε τιμή και αν λάβει από τον G_2, πάντα το 1 θα πλειοψηφεί. $P_1(1) = 3/4$

(δ) Υποθέτουμε ότι ο G_3 είναι Βυζαντινός

Είσοδος 1

$$P_A = P_\Sigma(1) = P_1(1) \cdot \underbrace{P_2(1)}_{2/3}$$

αναγκαστικά για συμφωνία με τον G_0

Ο G_1 λαμβάνει 1 0 ___ 1 ___ τιμές του G_3.

Περιπτώσεις: (i) Ο G_3 στέλνει <0,1>, <1,0>, <1,1>
Πλειοψηφεί το 1, άρα $P_1(1) = 3/4 \Rightarrow P_A = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{2}}$

(ii) Ο G_3 στέλνει <0,0>
Πλειοψηφεί το 0, άρα $P_1(1) = \frac{1}{4} \Longrightarrow P_A = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{6}}$

Είσοδος 0

$$P_A = P_\Sigma(0) = P_1(0)\underbrace{P_2(0)}_{2/3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

Ο G_1 παίρνει 0 0 _ 0 _
Άρα $P_1(0) = 3/4$ για κάθε τιμή που στέλνει ο G_3.

Άρα η χειρότερη περίπτωση δίνει $\boxed{P_A = \frac{1}{6}.}$

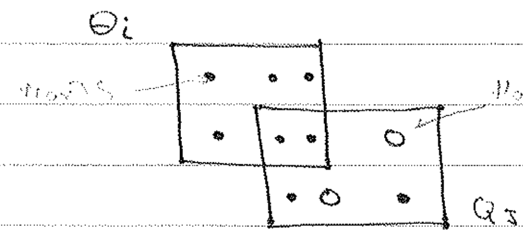
Άσκηση 4.

Υπενθύμιση: Ατομικότητα ικανοποιεί την κανονικότητα και επιπλέον μπορεί να ικανοποιεί την καθολική χρονική σειρά των λειτουργιών. Δηλαδή κάθε λειτουργία συμμορφώνεται σε ένα χρονικό σημείο περνώντας έτσι την ψευδαίσθηση μιας ακολουθιακής εκτέλεσης.

Μετατροπή 1: Κάθε ανάγνωση που παράγει qView(1) επιστρέφει maxTS-1 μετά το τέλος του πρώτου επικοινωνιακού γύρου.

Ας εξετάσουμε την περίπτωση όπου μια ανάγνωση ρι γίνεται μετά από ένα γράψιμο της μεταβλητής v.

Έστω οι ακόλουθες 2 απαρτίες Q_i και Q_j



Τότε ξέρουμε η μία εκ των δύο έχει σε όλες τις τιμές της την τελευταία τιμή που γράψαμε με ts = maxTS. Αυτό διότι γνωρίζουμε ότι το γράψιμο ολοκληρώθηκε.

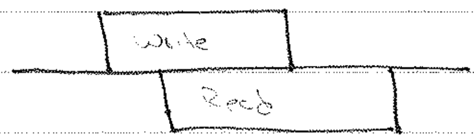
Με αυτή την τροποποίηση τότε αν ένας αναγνώστης προσπαθήσει να διαβάσει, θα επιστρέψει MaxTS-1 σε όποια και από τις 2 απαρτίες είναι η αίτηση. με βάση την τροποποίηση qview(1)

Αυτό όμως θα παραβιάσει την αρχή της ακολουθιακής εκτέλεσης διότι η ανάγνωση γίνεται μετά την εγγραφή όμως ΔΕΝ επιστρέφεται η τιμή της τελευταίας εγγραφής.

=> Παραβιάζεται η Ατομικότητα. Δεν χρειάζεται να γίνει ανάλυση άλλων περιπτώσεων.

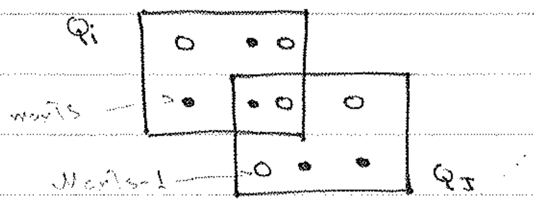
Μετατροπή Β: Κάθε ανάγνωση που περατώνει qView(2) εκτελεί 2ο γύρο κατά τον οποίο στέλνει την μεγαλύτερη χρονοσφραγίδα που έλαβε στον πρώτο γύρο σε μία απαρτία και ακολούθως επιστρέφει maxTS.

i) Περίπτωση όπου γίνεται read() κατά την ώρα του write()

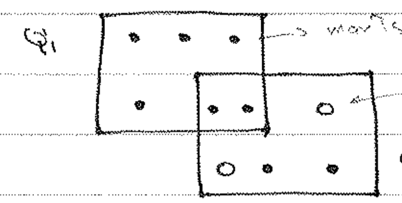


Τότε οι δύο απαρτίες Qi και QJ μπορούν να είναι:

A:



B:



και άρα να περατωθεί qView(2) μπορεί ο αναγνώστης να εκτελέσει ανάγνωση σε οποιαδήποτε εκ των 2.

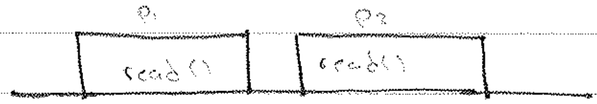
Ο αναγνώστης κάνει αίτηση ανάγνωσης στην Qi, QJ απαρτία όπου αδυνατεί να περατώσει qview(2).

Περίπτωση A: Με βάση την τροποποίηση η συνέπεια της ατομικότητας δεν παραβιάζεται εφόσον πρώτα θα προωθηθεί το maxTS σε μία από τις 2 απαρτίες που έλαβε η αίτηση, και μόλις αυτό τελειώσει η προώθηση θα επιστρέψει στον 2ο γύρο το maxTS.

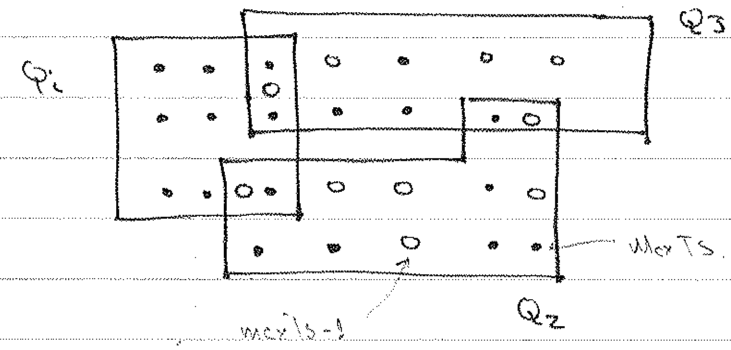
Περίπτωση B: Ούτε εδώ παραβιάζεται η συνέπεια της ατομικότητας εφόσον έχει ήδη τελειώσει η εγγραφή και δεν μπορεί να περατωθεί qView(2).

→ συνέχεια.

(ii) Περίπτωση όπου γίνεται μια ανάγνωση p2 μετά από άλλη ανάγνωση p1.



=> Έστω οι Replicas Q1, Q3, Q2.



Καμία Replica δεν είναι ολόκληρη με ενημερωμένο το MaxTS αφού το γράψιμο δεν είναι τελειωμένο. Έτσι ώστε να μπορεί να περατωθεί qView(2)

Ανάγνωση:

=> p1 κάνει αίτηση στην Q3 για read() και η p2 αντίστοιχα κάνει αίτηση στην Q3 για read().

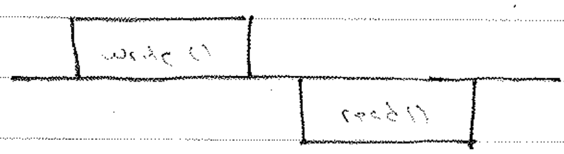
Τότε βάση της μεθοδολογίας μετά το read() αυτός που επιλέγει την ανάγνωση θα προωθήσει το MaxTS σε άλλη replica και αντίστοιχα όταν αυτό τελειώσει θα επιστρέψει MaxTS.

Αν η προώθηση γίνει πάλι στο Q3 τότε το p2 θα περατώσει qView(1) και σωστά θα διαβάσει MaxTS.
=> Δεν παραβιάζει την ατομικότητα.

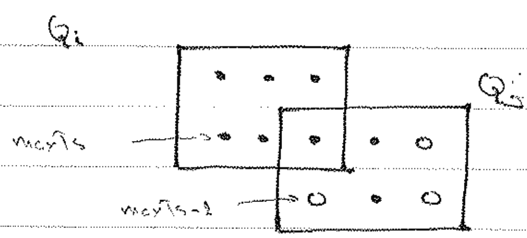
Αν η προώθηση γίνει σε άλλη replica τότε ο p2 θα συμπεριφερθεί όπως ακριβώς ο p1 στην Q3 replica
=> θα διαβάσει ακριβώς το ίδιο με την p1 και θα επιστρέψει MaxTS αφού το προωθήσει.
=> Δεν παραβιάζεται η ατομικότητα.
=> Όμοια αν η p2 έκανε αίτηση σε άλλη replica για read().

Μελέτημα 3: Κάθε ανάγνωση που περιέχει qview(3) ⇒ επιστρέφει maxTS-1 μετά το τέλος του πρώτου επικοινωνιακού γύρου.

Ας εξετάσουμε την περίπτωση όπου μια ανάγνωση ρ_i γίνεται μετά το πέρας μιας εγγραφής.



Έστω οι ακόλουθες 2 απαρτίες Qi και Qj.



Η Απαρτία Qi είναι πλήρως ενημερωμένη με maxTS εφόσον η εγγραφή είναι τερματισμένη.

Τότε αν η είσοδος γίνει στο Qi δεν θα περιληφθεί qview(3) άρα σωστά θα επιστραφεί η τιμή maxTS και δεν θα παραβιαστεί η συνέπεια της ατομικότητας.

Αν η είσοδος όμως γίνει στο Qj τότε θα περιληφθεί qview(3). Με βάση την τροποποίηση που γίνεται θα επιστραφεί maxTS-1 σε αυτή την περίπτωση.

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μια εντολή ανάγνωσης ρ_i που εκτελείται μετά το πέρας της εντολής write() να μην επιστρέψει την τελευταία ενημερωμένη τιμή.

=> Παραβιάζεται η συνέπεια της ατομικότητας

20

ιώργος Κουμέττου , Α.Τ. 993165 **4η Σειρά Ασκήσεων**

<u>4η Σειρά Ασκήσεων</u>

<u>Άσκηση 5</u>

Θα παρουσιάσω εκτέλεση του αλγορίθμου που δίνεται στην εκφώνηση για να δίξω ότι δεν μπορεί να παρέχει δικαιοσύνη μεταξύ των οντοτήτων.

Βήμα 1: Η οντότητα Α μοιράζει την τούρτα σε τρία ίσα μέρη:

Α(Κ1)=1/3 , Α(Κ2)=1/3, Α(Κ3)=1/3

Β(Κ1)=1/4, Β(Κ2)=2/4, Β(Κ3)=1/4

Γ(Κ1)=1/3 , Γ(Κ2)=1/3, Γ(Κ3)=1/3

Τι αντιλαμβάνεται ο Α και ο Γ:

1/3	1/3	1/3

Τι αντιλαμβάνεται ο Β:

1/4	2/4	1/4

Βήμα 2: Η οντότητα Β μοιράζει κάθε κομμάτι σε τρία ίσα μέρη:

Β(Κ1)=1/12, Β(Κ2)=1/12, Β(Κ3)=1/12

Β(Κ4)=2/12, Β(Κ5)=2/12, Β(Κ6)=2/12

Β(Κ7)=1/12, Β(Κ8)=1/12, Β(Κ9)=1/12

Α(Κ1)=1/3-2/18, Α(Κ2)=1/18, Α(Κ3)=1/18

Α(Κ4)=1/3-2/18, Α(Κ5)=1/18, Α(Κ6)=1/18

Α(Κ7)=1/3-2/18, Α(Κ8)=1/18, Α(Κ9)=1/18

Γ(Κ1)=1/9, ~~Α~~(Κ2)=1/9, ~~Α~~(Κ3)=1/9

Γιώργος Κουμέττου , Α.Τ. 993165 **4η Σειρά Ασκήσεων**

Γ(Κ4)=1/9, Α(Κ5)=1/9, Α(Κ6)=1/9

Γ(Κ7)=1/9, Α(Κ8)=1/9, Α(Κ9)=1/9

Τι αντιλαμβάνεται η οντότητα Α:

1/3-2/18	1/18	1/18	1/3-2/18	1/18	1/18	1/3-2/18	1/18	1/18

Τι αντιλαμβάνεται η οντότητα Β:

1/12	1/12	1/12	2/12	2/12	2/12	1/12	1/12	1/12

Τι αντιλαμβάνεται η οντότητα Γ

1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9

Βήμα 3:Η οντότητα Γ πέρνει τον ελάχιστο δυνατό αριθμό κομματιών ώστε να είναι ικανοποιημένη.

Για την οντότητα Γ όλα τα κομμάτια έχουν το ίδιο μέγεθος, άρα μπορεί να διαλέξει αυθαίρετα όποιο θέλει. Έστω ότι διαλέγει Κ1, Κ4 και Κ7 (που για τον Α έχουν το μεγαλύτερο μέγεθος). Έτσι έχει την αίσθηση ότι έχει το 1/3 των κομματιών και μένει ικανοποιημένος.

Βήμα 4: Η οντότητα Α διαλέγει τον ελάχιστο δυνατό αριθμό από τα κομμάτια που έμειναν ώστε να είναι ικανοποιημένη.

Σε αυτή την περίπτωση , χάθηκαν εξαιτίας της οντότητας Γ, τα κομμάτια με την μεγαλύτερη αξία για τον Α . Για να μίνει ικανοποιημένη θα πρέπει να έχει τουλάχιστον το 1/3 άρα θα πάρει όλα τα εναπομίναντα 6 κομμάτια. 6*1/18=6/18=1/3 ->ικανοποιημένη.

Βήμα 5: Η οντότητα Β παίρνει τα εναπομήναντα κομμάτια.

Δεν έχουν μίνει κομμάτια για την οντότητα Β , άρα δεν θα είναι ικανοποιημένη άρα ο αλγόριθμος τούρτας **δεν** παρέχει δικαιοσύνη μεταξύ των οντοτήτων.

19