

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΕΠΑ 211: Θεωρία Υπολογισμού και Πολυπλοκότητα

Ενδιάμεση Εξέταση

Ημερομηνία : Πέμπτη, 15 Μαρτίου 2018

Διάρκεια : 9.00 – 10.30

Διδάσκουσα : Άννα Φιλίππου

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός Ταυτότητας:

Οδηγίες:

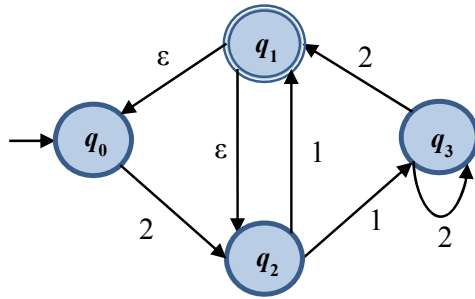
- Να διαβάσετε προσεχτικά και να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις. Να γράψετε τις απαντήσεις σας (καθαρά) στον χώρο που σας δίνεται στο εξεταστικό δοκίμιο. Αν χρειάζεστε επιπρόσθετο χώρο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την τελευταία σελίδα του δοκίμιου. Σε τέτοια περίπτωση δηλώστε καθαρά το σημείο στο οποίο βρίσκεται η συνέχεια της άσκησης. Αν βρεθείτε σε αδιέξοδο εξηγήστε τι προσπαθείτε να κάνετε ώστε, ενδεχομένως, να κερδίσετε κάποιες μονάδες.
- Ο πιο κάτω πίνακας δηλώνει την κατανομή των μονάδων στα θέματα. Το πλήθος των μονάδων δεν αποτελεί μέτρο δυσκολίας: είναι δυνατό δυσκολότερο πρόβλημα να αποφέρει λιγότερες μονάδες.

Καλή Επιτυχία!

Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	30	
2	20	
3	35	
4	15	
Σύνολο	100	

Πρόβλημα 1 [30 μονάδες]

Θεωρήστε το πιο κάτω μη ντετερμινιστικό αυτόματο.



(α) [7 μονάδες] Να παρουσιάσετε το αυτόματο με τον τυπικό του ορισμό θεωρώντας ότι το αλφάβητό του είναι το σύνολο $\{1,2\}$. Να δείξετε ότι το αυτόματο αποδέχεται τη λέξη 21121 παρουσιάζοντας τη σχετική ακολουθία καταστάσεων που οδηγεί σε αποδοχή.

(β) [13 μονάδες] Να μετατρέψετε το αυτόματο από το μέρος (α) σε κανονική έκφραση χρησιμοποιώντας τη διαδικασία που μελετήσαμε στις διαλέξεις. Να δείξετε όλα τα στάδια της εργασίας σας. Η αφαίρεση των κορυφών να γίνει με τη σειρά, q_3 , q_0 , q_2 , q_1 .

(γ) **[10 μονάδες]** Να προτείνετε αυτόματο που να αναγνωρίζει τη γλώσσα $B = \{w1 \mid w \in \{1,2\}^*\}$. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε αυτόματο που να αποδέχεται τη γλώσσα $(A \cup B)^*$, όπου A η γλώσσα του αυτόματου από το μέρος (α).

Πρόβλημα 2 [20 μονάδες]

Θεωρήστε τη γλώσσα

$$L_1 = \{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ και } i + j \neq k \}$$

Να κατασκευάσετε ασυμφραστική γραμματική η οποία να παράγει τη γλώσσα L_1 .

Να εξηγήσετε τη λειτουργία της γραμματικής σας άτυπα αλλά με σαφήνεια.

Πρόβλημα 3 [35 μονάδες]

Θεωρήστε τη γλώσσα

$$L_2 = \{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ άρτιοι ακέραιοι και } i = j \text{ ή } i = k \}$$

Για παράδειγμα οι λέξεις $aabbccccc$ και $aacc$ ανήκουν στη γλώσσα, ενώ οι λέξεις abc και $bbaa$ δεν ανήκουν στη γλώσσα.

(α) [17 μονάδες] Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L_2 δεν είναι κανονική συμπληρώνοντας κατάλληλα τα κενά στην πιο κάτω ελλιπή απόδειξη:

Υποθέτουμε για να φτάσουμε σε αντίφαση ότι η L_2 είναι κανονική. Από το Λήμμα της Άντλησης, συνεπάγεται ότι υπάρχει ακέραιος p , το μήκος άντλησης της γλώσσας, τέτοιος ώστε κάθε λέξη $w \in L_2$, με μήκος $|w| \geq p$, μπορεί να γραφτεί ως $w = xyz$ έτσι ώστε (i) $|xy| \leq p$, (ii) $|y| > 0$ και (iii) για κάθε ακέραιο $i \geq 0$, η λέξη $xy^i z \in L_2$.

Επιλέγουμε τη λέξη $w =$ _____ .

Προφανώς $|w| =$ _____ $\geq p$.

Από τις συνθήκες (i) και (ii) έπεται ότι

$x =$ _____ ,

$y =$ _____ ,

$z =$ _____ ,

όπου _____ .

Επιλέγουμε $i =$ _____ .

Τότε $xy^i z =$ _____ .

Παρατηρούμε ότι _____

Αυτό μας οδηγεί σε αντίφαση και επομένως η γλώσσα L_2 είναι μη κανονική.

(β) **[18 μονάδες]** Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L_2 είναι ασυμφραστική επιδεικνύοντας ένα αυτόματο στοιβας που να την αναγνωρίζει.

Να εξηγήσετε τη λειτουργία του αυτομάτου σας άτυπα αλλά με σαφήνεια.

Πρόβλημα 4 [15 μονάδες]

Θεωρήστε αλφάβητο Σ και γλώσσα L επί του αλφάβητου Σ .

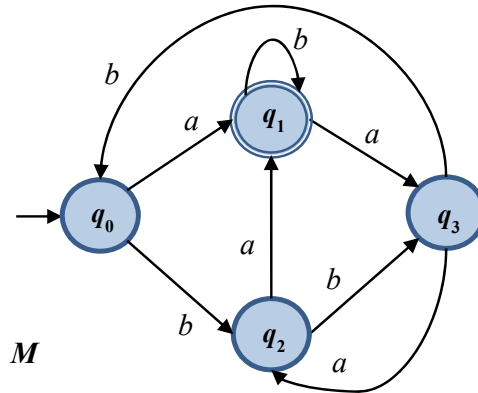
Ονομάζουμε μία λέξη $w = a_1 \dots a_n$ υπολέξη μιας λέξης u αν $u = u_1 a_1 u_2 \dots u_n a_n u_{n+1}$ για κάποιες υποσυμβολοσειρές $u_1, u_2, \dots, u_n, u_{n+1} \in \Sigma^*$. Για παράδειγμα, η λέξη ac είναι υπολέξη της λέξης $baabcba$.

Ορίζουμε ως $Sub(L)$ την πιο κάτω γλώσσα επί του αλφάβητου Σ :

$$Sub(L) = \{ w \mid \eta \ w \ \epsilon\ \text{υπολέξη της } u \ \text{για κάποιο } u \in L \}$$

Με λόγια, η γλώσσα $Sub(L)$ περιέχει όλες τις λέξεις που αποτελούν υπολέξεις των λέξεων της L . Για παράδειγμα, αν $L = \{abc, bb\}$ τότε $Sub(L) = \{ \epsilon, a, b, c, ab, ac, bc, abc, bb \}$.

(α) [7 μονάδες] Θεωρήστε το αυτόματο M που παρουσιάζεται πιο κάτω. Να κατασκευάσετε αυτόματο N το οποίο να αποδέχεται τη γλώσσα $Sub(L)$ όπου L η γλώσσα του M .



(β) **[8 μονάδες]** Γενικεύστε τις παρατηρήσεις σας από το μέρος (α) για να επιχειρηματολογήσετε ότι αν μια γλώσσα A είναι κανονική τότε η γλώσσα $Sub(A)$ είναι επίσης κανονική.

ΕΠΠΡΟΣΘΕΤΟΣ ΧΩΡΟΣ