

Φροντιστήριο 9, 27/03/17

Άσκηση 1

Να κατασκευάσετε μια μηχανή Turing με δύο ταινίες η οποία να αποδέχεται στην πρώτη της ταινία μια οποιαδήποτε λέξη $w \in \{0,1\}^*$ και να γράφει τη λέξη w^R στη δεύτερη της ταινία.

Άσκηση 2

Να αποδείξετε ότι η κλάση των διαγνώσιμων γλωσσών είναι κλειστή ως προς:

- (α) Την τομή
- (β) Το συμπλήρωμα
- (γ) Τη συναρμογή

Θεωρήστε επίσης την κλάση των αναγνωρίσιμων γλωσσών. Ως προς ποιες από τις πιο πάνω πράξεις ισχύει η κλειστότητα για τη συγκεκριμένη κλάση;

Άσκηση 3

Να δείξετε ότι τα πιο κάτω προβλήματα είναι επιλύσιμα:

- (α) $\{R \mid R \text{ μια κανονική έκφραση που παράγει έστω και μία λέξη με περιττό αριθμό από } 1\}$
- (β) $\{M \mid \text{το } M \text{ είναι ένα DFA που αποδέχεται κάποια καρκινική λέξη}\}$

Άσκηση 4

Έστω B το σύνολο όλων των άπειρων ακολουθιών επί του αλφάβητου $\{0,1\}$. Εφαρμόζοντας την τεχνική της διαγνωνιοποίησης, να δείξετε ότι το σύνολο B είναι υπεραριθμός.

Σύνοψη: Διαγνώσιμότητα

Πολυταινιακή Μηχανή Turing: Μηχανή Turing με $k > 1$ ταινίες. Επιτρέπει την εγγραφή, ανάγνωση, και μετακίνηση της κεφαλής σε κάποιες ή όλες τις ταινίες Συνάρτηση μεταβάσεων:

$$\delta: Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{A, \Delta, \Sigma\}^k$$

Ορισμός

Μια γλώσσα λέγεται κατά Turing αναγνωρίσιμη (ή αναδρομικά απαριθμίσιμη) αν υπάρχει μηχανή Turing που την αναγνωρίζει, δηλαδή, που αποδέχεται όλες τις λέξεις που ανήκουν στην γλώσσα.

Ορισμός

Μια γλώσσα λέγεται κατά Turing διαγνώσιμη (ή αναδρομική) αν υπάρχει μηχανή Turing που την διαγνωνώσκει, δηλαδή, που τερματίζει σε κάθε λέξη είτε αποδέχοντας είτε απορρίπτοντας την λέξη.

Οι πιο κάτω γλώσσες είναι διαγνώσιμες:

$$A_{\text{DFA}} = \{\langle B, w \rangle : \text{το } B \text{ είναι ένα DFA που αποδέχεται τη λέξη } w\}$$

$$A_{\text{NFA}} = \{\langle B, w \rangle : \text{το } B \text{ είναι ένα NFA που αποδέχεται τη λέξη } w\}$$

$$\Pi_{\text{REX}} = \{\langle R, w \rangle : \eta R \text{ είναι μια κανονική έκφραση που παράγει τη λέξη } w\}$$

$$\text{KENOTHTA}_{\text{DFA}} = \{\langle B \rangle : \text{το } B \text{ είναι ένα DFA και } L(B) = \emptyset\}$$

$$\text{ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ}_{\text{DFA}} = \{\langle A, B \rangle : \text{τα } A, B \text{ είναι DFA και } L(A) = L(B)\}$$

$$\text{ΠΑΡΑΓΩΓΗ}_{\text{CFG}} = \{\langle G, w \rangle : \text{το } G \text{ είναι μια CFG που παράγει την λέξη } w\}$$

$$\text{KENOTHTA}_{\text{CFG}} = \{\langle G \rangle : \text{το } G \text{ είναι μια CFG και } L(G) = \emptyset\}$$

Οι πιο κάτω γλώσσες είναι μη διαγνώσιμες

$$\text{ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ}_{\text{CFG}} = \{\langle G, H \rangle : \text{τα } G, H \text{ είναι CFG και } L(A) = L(B)\}$$

$$A_{\text{TM}} = \{\langle M, w \rangle | \eta M \text{ είναι μια TM που αποδέχεται τη λέξη } w\}$$