

Σειρά Προβλημάτων 4

Ημερομηνία Παράδοσης: 04/04/17

Άσκηση 1 [24 μονάδες]

(α) Να διατυπώσετε την τυπική περιγραφή μιας μηχανής Turing (αυθεντικός ορισμός) η οποία να διαγιγνώσκει τη γλώσσα $\{ ww \mid w \in \{a,b\}^* \}$.

(β) Να διατυπώσετε την τυπική περιγραφή μιας μηχανής Turing (αυθεντικός ορισμός) η οποία με δεδομένο εισόδου στην ταινία της μια λέξη της μορφής $w\#x$ να μετασχηματίζει κατάλληλα το περιεχόμενο της ταινίας έτσι ώστε κατά τον τερματισμό της μηχανής να βρίσκεται στην ταινία η λέξη $ww\#x$.

Και στις δύο πιο πάνω περιπτώσεις να παρουσιάσετε το αλφάβητο εισόδου και το αλφάβητο ταινίας της μηχανής σας καθώς και το σύστημα μεταβάσεων της, γραφικά, και να εξηγήσετε σύντομα τη λειτουργία της.

Άσκηση 2 [20 μονάδες]

Να παρουσιάσετε λεπτομερείς περιγραφές (i) μιας απλής μηχανής Turing και (ii) μιας πολυταινιακής μηχανής Turing οι οποίες να διαγιγνώσκουν τη γλώσσα $\{a^n \# a^{2n} \# a^{3n} \mid n \geq 1\}$. Να συγκρίνετε τις δύο μηχανές ως προς τη χρονική τους πολυπλοκότητα.

Άσκηση 3 [24 μονάδες]

Δώστε αφ' υψηλού περιγραφές μηχανών Turing που να διαγιγνώσκουν τις ακόλουθες γλώσσες. Σε περίπτωση που θα χρησιμοποιήσετε μηχανές από τις διαλέξεις να τις περιγράψετε.

(α) $\{ \langle D_1, D_2 \rangle \mid \text{τα } D_1 \text{ και } D_2 \text{ είναι δύο DFA τέτοια ώστε υπάρχει τουλάχιστον μια λέξη που είναι αποδεκτή από ακριβώς ένα από τα αυτόματα} \}$

(β) $\{ R \mid R \text{ είναι μια κανονική έκφραση τέτοια ώστε η γλώσσα } L(R) \text{ δεν περιέχει προθήματα} \}$

Μια γλώσσα Λ περιέχει προθήματα αν υπάρχουν λέξεις $x, y \in \Lambda$ τέτοιες ώστε για κάποιο n $xw=y$ και $x \neq y$.

(γ) $\{ \langle G \rangle \mid \text{το } G \text{ είναι ένα PDA που δεν παράγει καμία λέξη της μορφής } 0^k 1^m, k+m < 100 \}$

Άσκηση 4 [16 μονάδες]

Μια Δ -Turing μηχανή είναι μια μηχανή της οποίας η κεφαλή μπορεί σε κάθε μετάβαση είτε να παραμένει στάσιμη είτε να μετακινείται προς τα δεξιά, αλλά αδυνατεί να μετακινηθεί προς τα αριστερά. Τυπικά, μια Δ -TM, είναι μια επτάδα $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{acc}, q_{rej})$ η οποία ορίζεται με παρόμοιο τρόπο με μια συνήθη TM με τη διαφορά ότι η συνάρτηση μεταβάσεων δ ορίζεται ως $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times \{\Sigma, \Delta\}$, όπου το

$$\delta(q, x) = (q', y, K)$$

ερμηνεύεται ως: αν η μηχανή βρίσκεται στην κατάσταση q και η κεφαλή διαβάζει το σύμβολο x , τότε η μηχανή θα μεταβεί στην κατάσταση q' θα γράψει y στη θέση της κεφαλής και η κεφαλή θα κινηθεί στην κατεύθυνση K όπου $K \in \{\Sigma, \Delta\}$.

Να δείξετε ότι αυτή η παραλλαγή των TM αποδέχεται τις κανονικές γλώσσες.

Άσκηση 5 [16 μονάδες]

Θεωρήστε το αλφάβητο Σ και δύο γλώσσες L_1 και L_2 επί του αλφάβητου Σ . Τέλεια ανάμειξη δύο λέξεων $u = a_1 \dots a_n$ και $v = b_1 \dots b_n$ ονομάζεται η λέξη $w = a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_n b_n$. Ορίζουμε ως $TA(L_1, L_2)$ την πιο κάτω γλώσσα επί του αλφάβητου Σ :

$$TA(L_1, L_2) = \{ w \mid w = a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_n b_n \text{ όπου } u = a_1 \dots a_n \in L_1 \text{ και } v = b_1 \dots b_n \in L_2 \}$$

Με λόγια, η γλώσσα $TA(L_1, L_2)$ περιέχει όλες τις λέξεις που αποτελούν τέλειες αναμειξεις μιας λέξης από τη γλώσσα L_1 και μιας λέξης από τη γλώσσα L_2 .

(α) Να αποδείξετε ότι η κλάση των διαγνώσιμων γλωσσών είναι κλειστή ως προς την πράξη TA .

(β) Ισχύει το ίδιο για την κλάση των αναγνωρίσιμων γλωσσών; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.