

Σειρά Προβλημάτων 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 03/03/17

Άσκηση 1 [20 μονάδες]

Να δώσετε κανονικές εκφράσεις που να περιγράφουν τις πιο κάτω γλώσσες.

- (α) $\{ w \in \{a,b\}^* \mid \eta \ w \text{ δεν περιέχει δύο συνεχόμενα όμοια γράμματα } \}$
- (β) $\{ w \in \{a,b,c\}^* \mid \eta \ w \text{ δεν περιέχει δύο συνεχόμενα όμοια γράμματα } \}$
- (γ) $\{ w \in \{a,b\}^* \mid \eta \ w \text{ περιέχει ως υπολέξη τη λέξη } bab \text{ ακριβώς μία φορά } \}$
- (δ) $\{ w \in \{a,b\}^* \mid \text{όλες οι λέξεις εκτός από την } ab \}$
- (ε) $\{ w \in \{a,b\}^* \mid \text{το μήκος της } w \text{ είναι άρτιο και το πλήθος των } a \text{ στην } w \text{ είναι περιττό } \}$

Άσκηση 2 [30 μονάδες]

(α) Θεωρήστε ένα NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, s_0, F)$. Έστω $Not(N) = (Q, \Sigma, \delta, s_0, Q - F)$ το αυτόματο που λαμβάνεται αν αντιστρέψουμε τον ρόλο των καταστάσεων αποδοχής με τις καταστάσεις μη αποδοχής. Να δείξετε ότι, γενικά, το αυτόματο $Not(N)$ δεν παράγει το συμπλήρωμα της γλώσσας του N . Δηλαδή, να δείξετε ότι υπάρχει NFA N τέτοιο ώστε $\overline{L(N)} \neq L(Not(N))$.

(β) Θεωρήστε την κανονική έκφραση $R = (a \cup b)^* ab(a \cup b)^*$. Να υπολογίσετε την κανονική έκφραση που παράγει το συμπλήρωμα της γλώσσας του R ακολουθώντας τα πιο κάτω βήματα:

- (i) Να μετατρέψετε την κανονική έκφραση R σε ισοδύναμο NFA N .
- (ii) Να μετατρέψετε το NFA N σε ισοδύναμο DFA A , χρησιμοποιώντας τον σχετικό αλγόριθμο (Διαφάνειες 2-37 - 2-38).
- (iii) Να μετατρέψετε το αυτόματο A σε αυτόματο B το οποίο να αποδέχεται το συμπλήρωμα της γλώσσας του A .
- (iv) Να μετατρέψετε το αυτόματο B σε ισοδύναμη κανονική έκφραση χρησιμοποιώντας τον σχετικό αλγόριθμο (Διαφάνεια 3-20).

Άσκηση 3 [35 μονάδες]

Να αποφασίσετε κατά πόσο οι πιο κάτω γλώσσες είναι κανονικές αιτιολογώντας με ακρίβεια τις απαντήσεις σας.

(α) Η γλώσσα που περιέχει όλους τους πραγματικούς αριθμούς όπου το ακέραιο σκέλος και το δεκαδικό σκέλος περιέχουν τον ίδιο αριθμό ψηφίων και το ακέραιο σκέλος δεν μπορεί να ξεκινά με 0. Για παράδειγμα, οι λέξεις 12.35 και 45.67 ανήκουν στη γλώσσα, αλλά οι λέξεις 089.12 και 09.12 δεν ανήκουν στη γλώσσα.

(β) $\{ xx^{\text{rev}}x \mid x \in \{0,1\}^+ \}$

(γ) $\{ uxnvx \mid u, v \in \{0,1,2\}^*, x \in \{0,1,2\}, \text{ και όλα τα στοιχεία του } v \text{ είναι μικρότερα από το } x \}$

(δ) $\{u^n x \mid u, v \in \{0,1,2\}^*, |u| = |v|, x \in \{0,1,2\}, \text{ και όλα τα στοιχεία του } v \text{ είναι μικρότερα από το } x \}$

(ε) $\{u = 10^n v \mid u, v \text{ δυαδικοί αριθμοί χωρίς αρχικά μηδενικά και } u \text{ ο διπλάσιος αριθμός του } v\}$

Σημείωση: Το αλφάβητο της γλώσσας είναι προφανώς το $\{0, 1, \times, =\}$ και λέξεις που ανήκουν στη γλώσσα είναι οι $10 = 10 \times 1$, $1010 = 10 \times 101$, ενώ λέξεις όπως οι $1 \times 0 \times 1$, $010 = 10 \times 1$, $1000 = 10 \times 10$, δεν ανήκουν στη γλώσσα.

Άσκηση 4 [15 μονάδες]

Για κάθε μια από τις πιο κάτω προτάσεις να αποφασίσετε κατά πόσο η πρόταση είναι αληθής ή ψευδής. Αν η πρόταση είναι αληθής να αποδείξετε την ορθότητά της ενώ αν είναι ψευδής να δώσετε κατάλληλο αντιπαράδειγμα.

(α) Αν η γλώσσα $L_1 - L_2$ είναι κανονική τότε και οι γλώσσες L_1 και L_2 είναι κανονικές.

(β) Αν οι γλώσσες L_1, L_2 είναι κανονικές τότε και η γλώσσα $L_1 - L_2$ είναι κανονική