Σειρά Προβλημάτων 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 15/02/17

Άσκηση 1

Έστω αλφάβητο Σ και γλώσσες Λ_1, Λ_2 επί του αλφάβητου αυτού. Να διερευνήσετε κατά πόσο ισχύει κάθε μια από τις πιο κάτω σχέσεις. Σε περίπτωση που μια σχέση ισχύει να το αποδείξετε, διαφορετικά να δώσετε αντιπαράδειγμα.

(α) $(\Lambda_1 - \Lambda_2)^* = (\Lambda_1^* - \Lambda_2^*)^*$

(β) $(\Lambda_1 \cup \Lambda_2)^* = (\Lambda_1^* \cup \Lambda_2^*)^*$

Άσκηση 2

Υποθέστε ότι το σύνολο L είναι μια γλώσσα επί του αλφαβήτου {a,b} τα στοιχεία του οποίου παράγονται από τους πιο κάτω κανόνες:

(1) $\varepsilon \in L$
(2) Αν $u \in L$ τότε $aub \in L$ και $bua \in L$.
(3) Αν $u,v \in L$ τότε $uv \in L$.

(α) Να αποδείξετε ότι για κάθε λέξη $w \in L$, η w περιέχει τον ίδιο αριθμό από a και b.

(β) Να αποδείξετε ότι αν w μια λέξη που περιέχει τον ίδιο αριθμό από a και b τότε $w \in L$.

Άσκηση 3

Για κάθε ένα από τα πιο κάτω πεπερασμένα αυτόματα να παρουσιάσετε το αυτόματο γραφικά μέσω του σχετικού συστήματος μεταβάσεων και να υπολογίσετε τη γλώσσα που αναγνωρίζει:

(α) Αυτόματο $A_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, όπου

- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$
- $\Sigma = \{ a, b \}$
- $F = \{ q_2 \}$
- δ όπως ορίζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

δ	a	b
q_0	q_1	q_3
q_1	q_2	q_4
q_2	q_2	q_5
q_3	q_4	q_0
q_4	q_5	q_1
q_5	q_5	q_2

(β) Αυτόματο $A_2 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, όπου

- $Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
- $\Sigma = \{ a,b \}$

- $F = \{ q_1, q_2 \}$
- δ όπως ορίζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

δ	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_0	q_3
q_2	q_3	q_0
q_3	q_2	q_1

Άσκηση 4

Για κάθε μια από τις πιο κάτω γλώσσες, να κατασκευάσετε ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο (DFA) που να την αναγνωρίζει. Σε κάθε περίπτωση, να δείχνετε (1) τον τυπικό ορισμό του αυτομάτου και (2) το διάγραμμα καταστάσεων

(α) { $w \in \{a,b\}^*$ | η w περιέχει ως υπολέξη τη λέξη *bab* ακριβώς μία φορά }

(β) { $w \in \{a,b\}^*$ | η w περιέχει ως υπολέξη τη λέξη *abb* και δεν τελειώνει σε *bb* }

(Παράδειγμα: η λέξη *abbba* ανήκει στη γλώσσα αλλά οι λέξεις *abbabb* και abab όχι.)

(γ) {w| η w είναι λέξη επί του αλφάβητου {0,1,2,...,9} με άθροισμα ψηφίων πολλαπλάσιο του 3}

(Παράδειγμα: οι λέξεις 213, 4230 ανήκουν στη γλώσσα αλλά η λέξη 4225 όχι.)

(δ) {w| η w είναι λέξη επί του αλφάβητου {a,b} η οποία περιέχει τη συμβολοσειρά aa για άρτιο αριθμό φορών και τη συμβολοσειρά bb για περιττό αριθμό φορών}

(Παράδειγμα: οι λέξεις abb, aaabbbabb, ανήκουν στη γλώσσα αλλά οι λέξεις aabbb και aaa όχι.)

Άσκηση 5

Έστω $B_n = \{a^k b^m \mid k$ πολλαπλάσιο του n και m πολλαπλάσιο του 2 $\}$.

Να δείξετε ότι η γλώσσα B_n είναι κανονική για κάθε $n \geq 1$.