



Γραφικά Υπολογιστών

Τοποθέτηση κάμερας

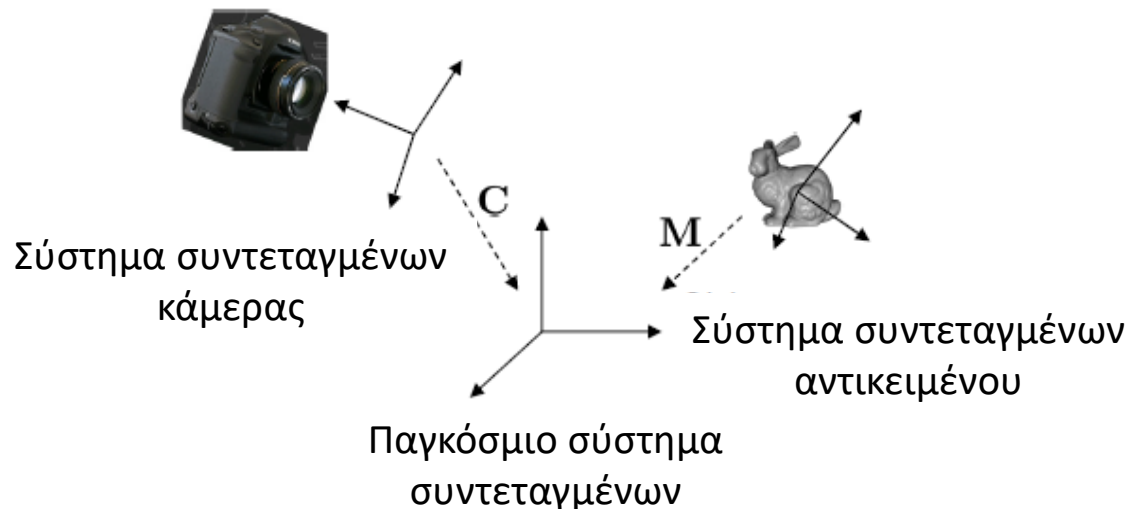
Andreas Aristidou

andarist@ucy.ac.cy

<http://www.andreasaristidou.com>

Η σκηνή

- Μια σκηνή συνήθως αποτελείται από μια ομάδα από αντικείμενα (objects)
- Κάθε αντικείμενο έχει:
 - γεωμετρικές ιδιότητες => το σχήμα
 - *υλικές ιδιότητες => πως ανακλά το φως, πως και αν εκπέμπει φως*
- Στα γραφικά υπολογιστή, συνήθως χρησιμοποιούμε τρία συστήματα συντεταγμένων:
 - Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (World coordinate system)
 - Σύστημα συντεταγμένων κάμερας (Camera coordinate system)
 - Σύστημα συντεταγμένων αντικειμένου (Object coordinate system)

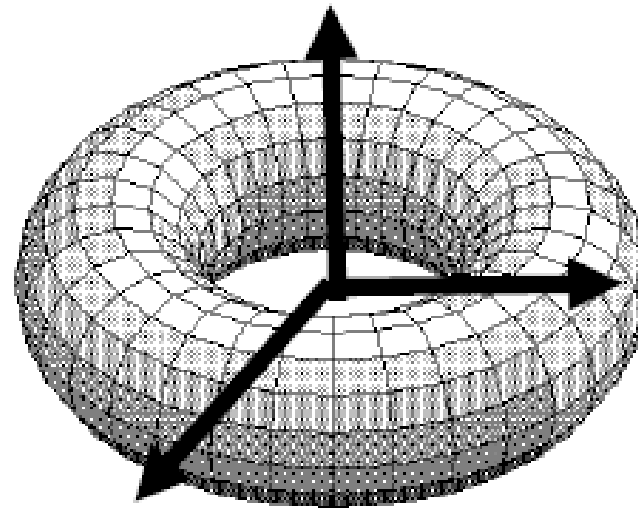
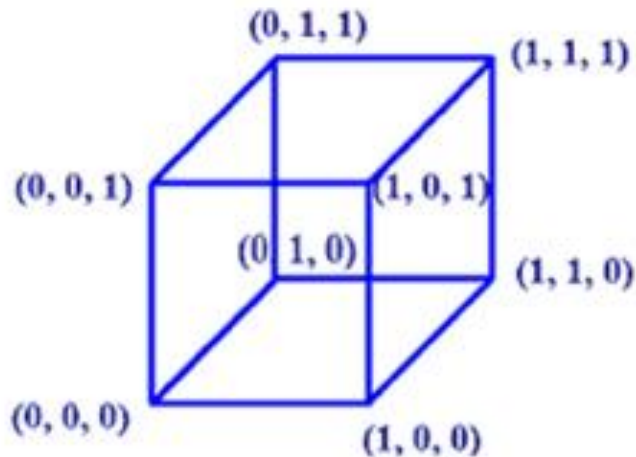


Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων

- Κοινό πλαίσιο αναφοράς για όλα τα αντικείμενα στη σκηνή
 - Δεν υπάρχει πρότυπο για τον προσανατολισμό του συστήματος συντεταγμένων
 - Εάν υπάρχει ένα επίπεδο, συνήθως x/y είναι οριζόντια και z σημεία προς τα πάνω (ύψος)
 - Στα γραφικά (π.χ. OpenGL, Maya, Unity, Blender) x/y είναι το επίπεδο της οθόνης, και z δείχνει (είναι κάθετο) προς την οθόνη

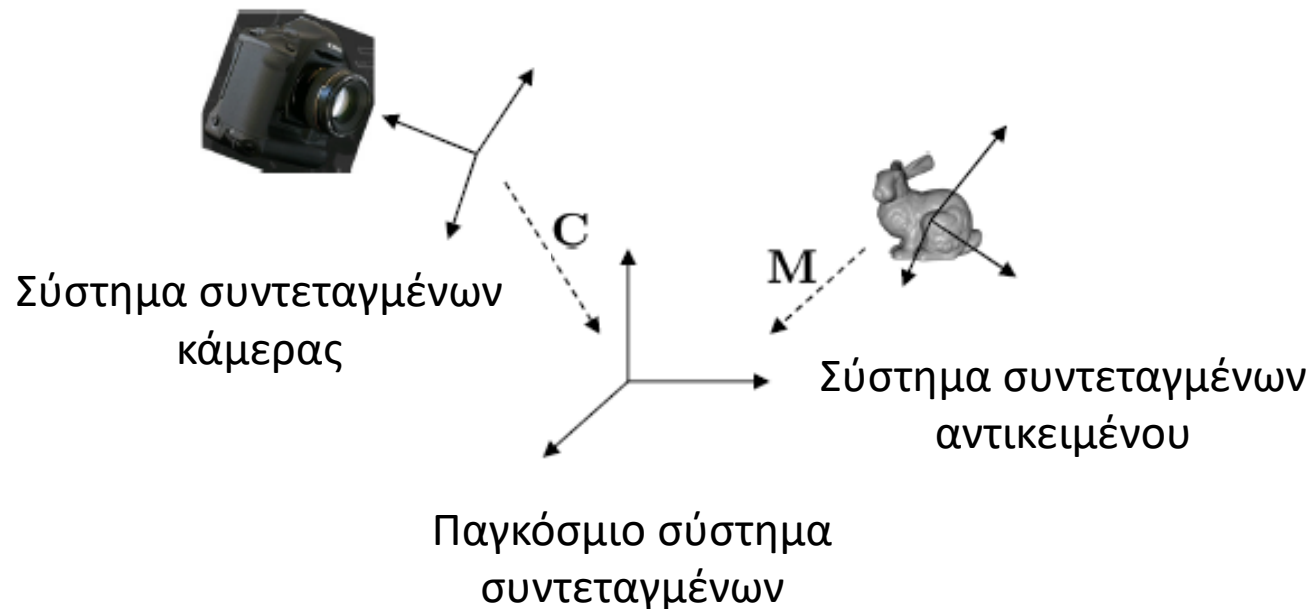
Σύστημα συντεταγμένων αντικειμένου

- Τοπικές συντεταγμένες στις οποίες δίνονται τα σημεία (π.χ., η γεωμετρία) αντικειμένων
 - Συχνά η αρχή των αξόνων είναι στο γεωμετρικό κέντρο, στη βάση ή σε μια γωνία του αντικειμένου
 - Εξαρτάται από τον τρόπο δημιουργίας ή χρήσης του αντικειμένου.
 - Η επιλογή μπορεί να καθοριστεί βάση της **ευκολίας του δημιουργού**



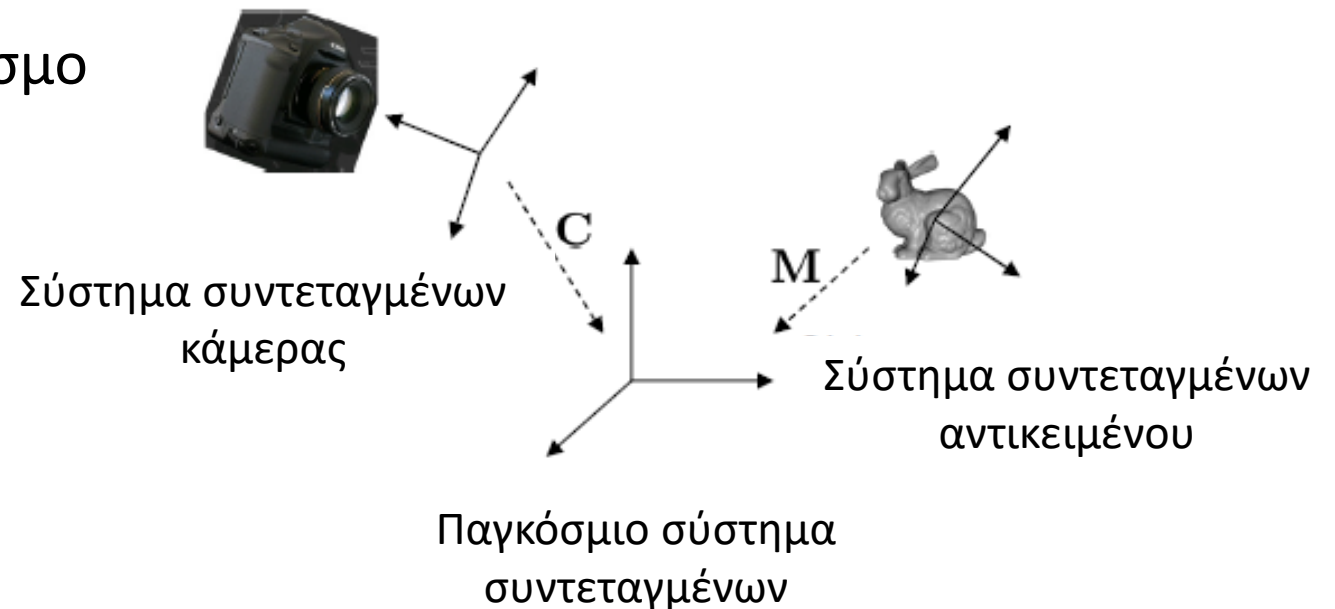
Μετασχηματισμός αντικειμένου

- Ο μετασχηματισμός από ένα αντικείμενο στις συντεταγμένες του εικονικού μας κόσμου είναι διαφορετικός για κάθε αντικείμενο.
 - Καθορίζει την τοποθέτηση του αντικειμένου σε σκηνή.
 - Δίνεται από τον «Πίνακα μετασχηματισμού μοντέλου» (model-to-world transformation) **M** (δες το γράφημα σκηνής).



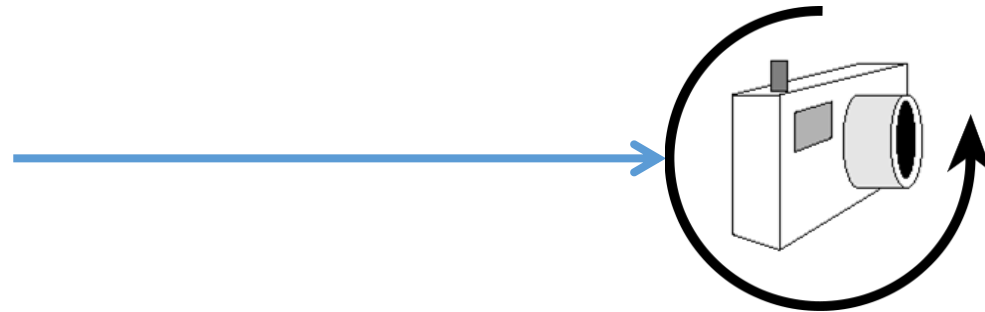
Σύστημα συντεταγμένων κάμερας

- Η αρχή των αξόνων ορίζει το **κέντρο προβολής** της κάμερας
- Το επίπεδο $x - y$ είναι παράλληλο με το επίπεδο της εικόνας
- Ο άξονας z είναι κάθετος στο επίπεδο της εικόνας
- Ο «πίνακας μετασχηματισμού κάμερας» (camera-to-world transformation, **C**) καθορίζει τη μεταφορά από τις συντεταγμένες της κάμερα στις παγκόσμιες συντεταγμένες.
 - Τοποθέτηση της κάμερας στον κόσμο



Καθορισμός των συντεταγμένων της κάμερας για προβολή

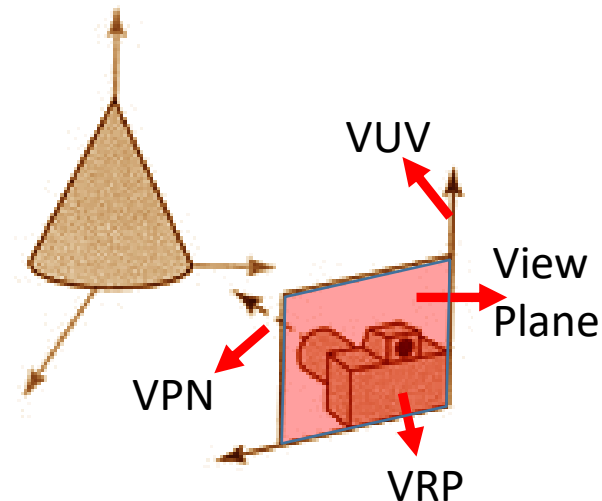
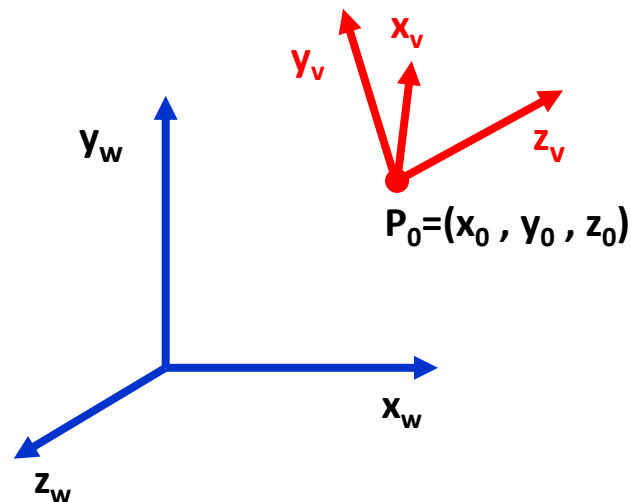
- Μια σκηνή έχει ένα σημείο κάμερας/προβολής από το οποίο προβάλλεται η σκηνή
- Η κάμερα έχει κάποια **θέση** και κάποιο **προσανατολισμό** στον 3Δ χώρο...



- Πώς μπορούμε να εκφράσουμε τις συντεταγμένες του αντικειμένου σε σχέση με τις συντεταγμένες του κόσμου ή το αντίθετο;
 - Θέλουμε να μάθουμε ποια είναι η θέση της κάμερας στο σύστημα συντεταγμένων.
 - Μπορούμε να υπολογίσουμε τον πίνακα μετασχηματισμού από την κάμερα στον (εικονικό μας) κόσμο λαμβάνοντας υπόψη τον προσανατολισμό και τη μετατόπιση της κάμερας από την αρχή των αξόνων του συστήματος των συντεταγμένων μας.

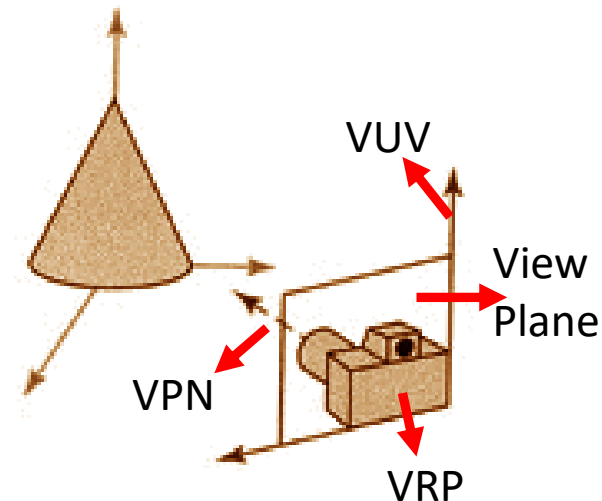
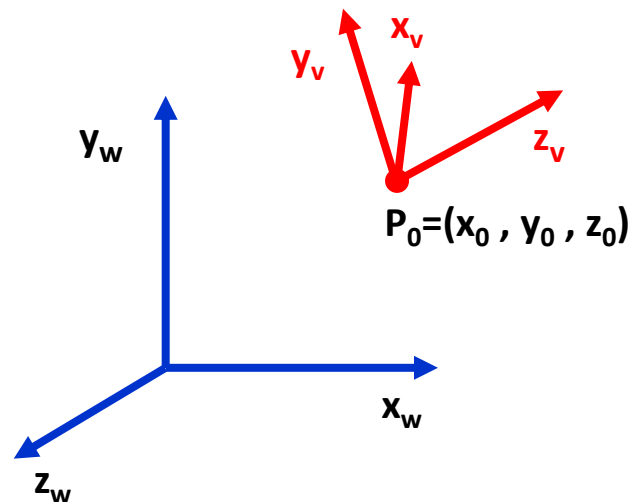
Καθορισμός των συντεταγμένων για προβολή

- Κέντρο συντεταγμένων παρατηρητή (**View Reference Point, VRP** ή αλλιώς το P_0)
 - Σημείο αναφοράς βάση του οποίου ορίζετε η θέση της κάμερας
 - Κέντρο προβολής (COP), η θέση εστίασης της κάμερας
- Κάθετος επιπέδου προβολής (**View Plane Normal, VPN** ή αλλιώς το N)
 - Που κοιτάζει η κάμερα;
- Άνω άνυσμα (**View Up Vector, VUV** ή αλλιώς το V)
 - Κλήση της κάμερας γύρω από το VPN



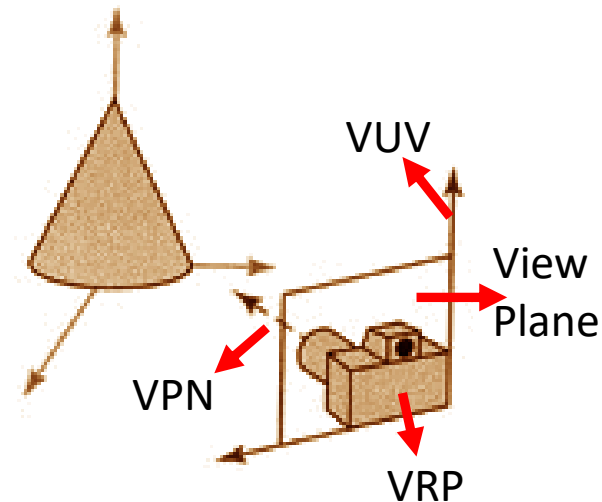
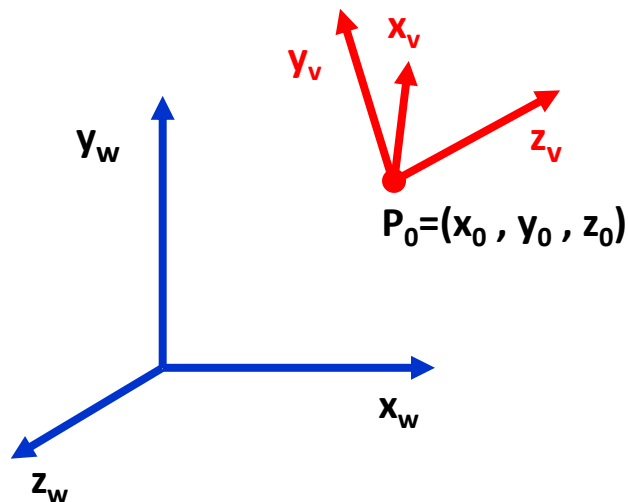
Καθορισμός των συντεταγμένων προβολής

- Για μια συγκεκριμένη εικόνα μιας σκηνής ορίζουμε το **viewing-coordinate system**.
- Ένα **view-plane** (ή **projection plane**) ορίζεται κάθετα στην προβολή του άξονα z.
- Οι παγκόσμιες συντεταγμένες μετατρέπονται σε προβολή συντεταγμένων, και στη συνέχεια η προβολή συντεταγμένων προβάλλεται στο επίπεδο προβολής.



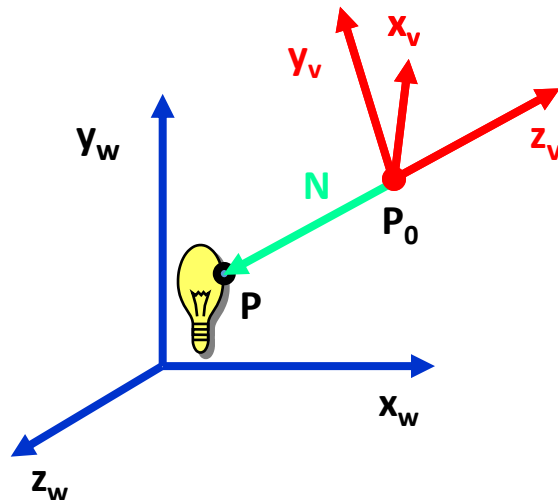
Καθορισμός των συντεταγμένων προβολής

- Για να δημιουργήσετε το πλαίσιο προβολής (**view-plane**), πρώτα επιλέγουμε τη θέση συντεταγμένων στο σημείο που θέλουμε να προβάλλουμε (**view reference point, P_0**).
- Αυτό το σημείο είναι η αρχή του συστήματος των συντεταγμένων μας.



Καθορισμός των συντεταγμένων προβολής

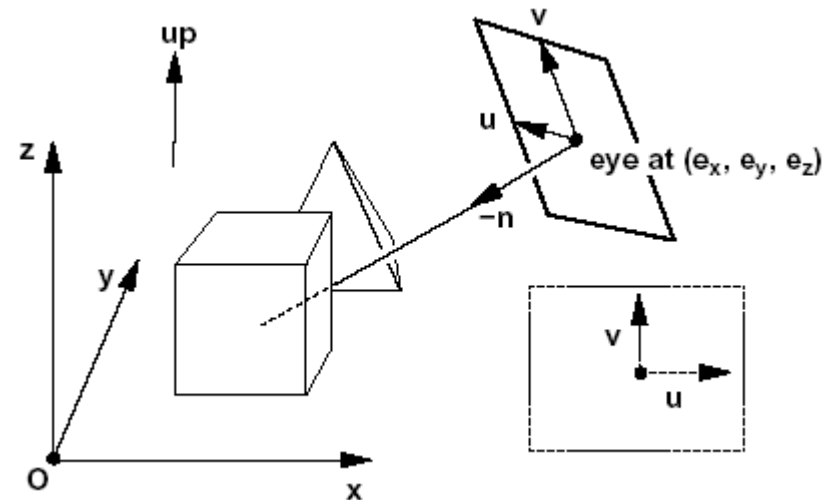
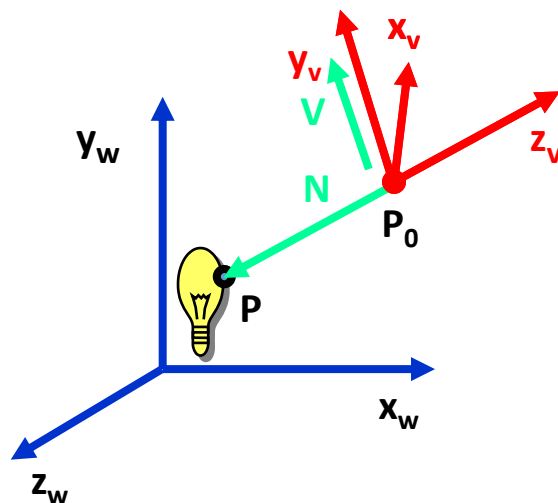
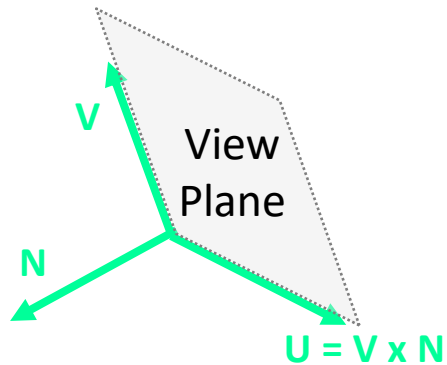
- Στη συνέχεια, θέλουμε να επιλέξουμε την προβολή του άξονα z (άρα και τον προσανατολισμό του επιπέδου προβολής), καθορίζοντας έτσι το κάθετο διάνυσμα προβολής (**view-plane normal vector, N**).
- Οπότε, επιλέγουμε μια παγκόσμια θέση συντεταγμένων P και αυτό το σημείο καθορίζει την κατεύθυνση του N .
 - Η OpenGL καθορίζει την κατεύθυνση του N χρησιμοποιώντας το σημείο P ως το σημείο που δείχνει σε σχέση με την προέλευση συντεταγμένων προβολής.



Αν επιλέξουμε ένα σημείο σε ένα αντικείμενο, μπορούμε να σκεφτούμε αυτό το σημείο ως τη θέση όπου στοχεύουμε τη φωτογραφική μηχανή για να φωτογραφίσουμε το αντικείμενο.

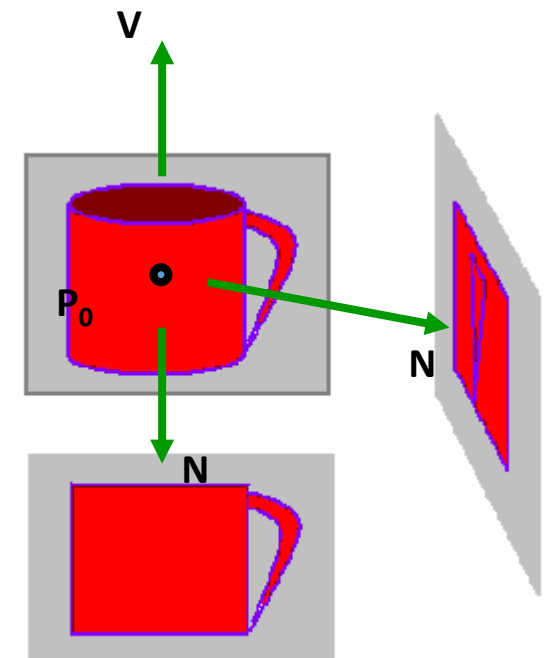
Καθορισμός των συντεταγμένων προβολής

- Στη συνέχεια, επιλέγουμε την κατεύθυνση για την προβολή, καθορίζοντας το διάνυσμα **view-up, V**.
 - Αυτό το διάνυσμα χρησιμοποιείται για να καθορίσει τη θετική κατεύθυνση για τον άξονα y_v .
- Το διάνυσμα **V** είναι κάθετο στο **N**.
- Χρησιμοποιώντας τα διανύσματα **N** και **V**, μπορούμε να υπολογίσουμε το διάνυσμα **U**, το οποίο είναι κάθετο στα **N** και **V**, και ορίζει την κατεύθυνση του άξονα x_v .



Καθορισμός των συντεταγμένων προβολής

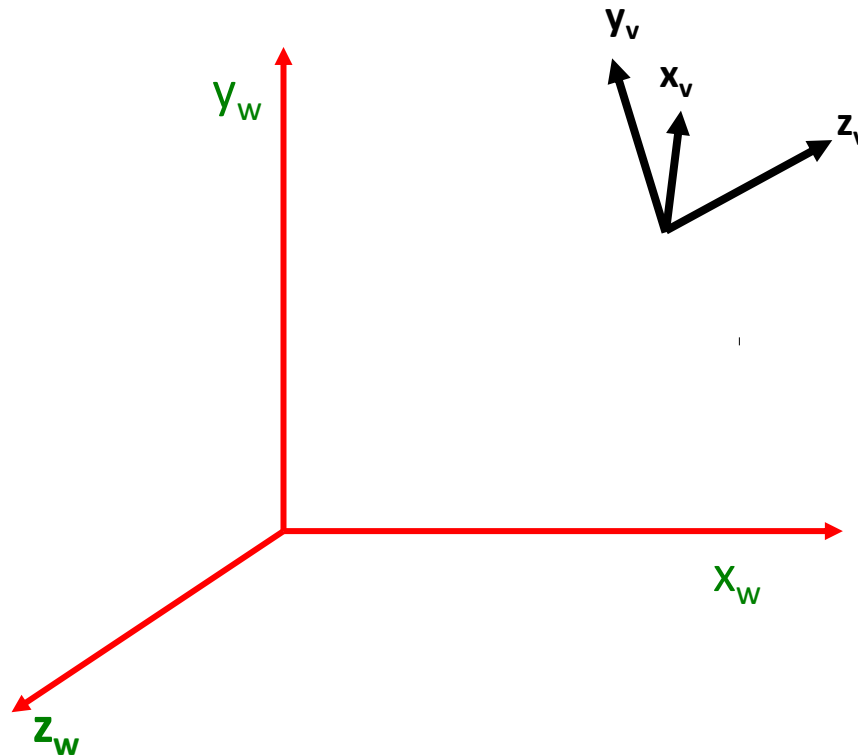
- Για να δημιουργήσουμε μια σειρά από προβολές μιας σκηνής, μπορούμε να διατηρήσουμε το σημείο προβολής σταθερό, και να αλλάξουμε την κατεύθυνση του N .
- Αυτό αντιστοιχεί στη δημιουργία προβολών καθώς μετακινιόμαστε γύρω από τις συντεταγμένες προβολής.



Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Μετατροπή από Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (VC)

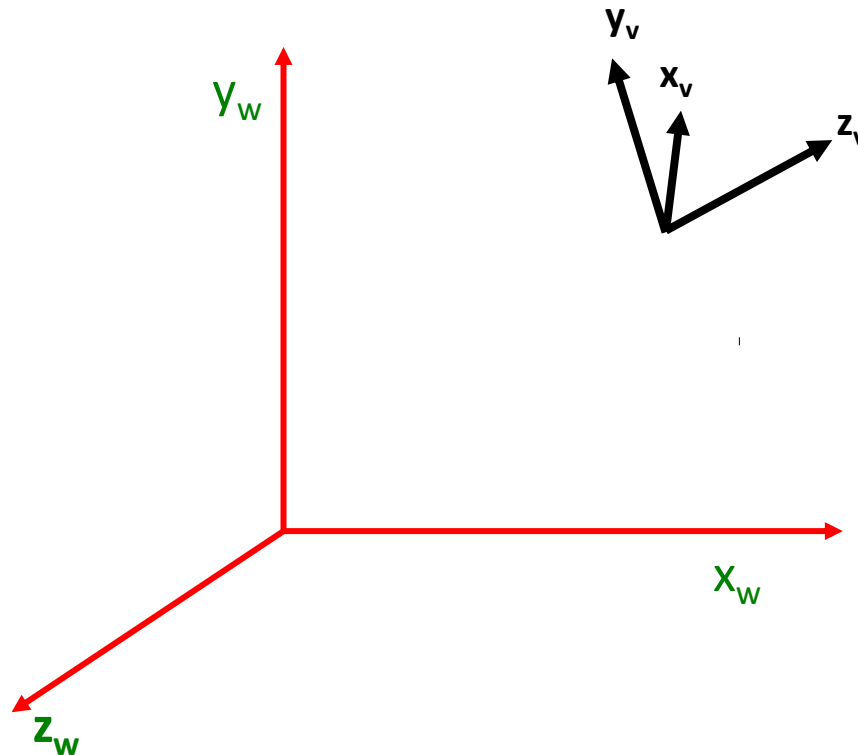
- Η μετατροπή των συντεταγμένων ενός αντικειμένου από το γενικό σύστημα συντεταγμένων, στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή ισοδυναμεί με ένα μετασχηματισμό που εμπεριέχει τη μεταφορά και περιστροφή του αντικειμένου.



Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Μετατροπή από Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (VC)

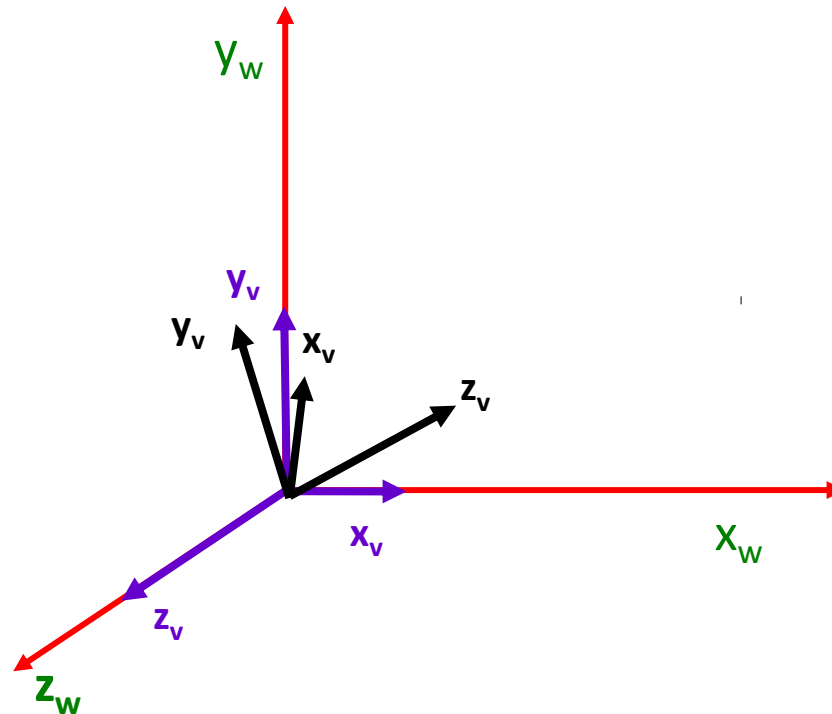
- Πρώτα μετακινούμε το σημείο αναφοράς του συστήματος του παρατηρητή (προβολής) στην αρχή των αξόνων του παγκόσμιου συστήματος συντεταγμένων



Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Μετατροπή από Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (VC)

- Ακολουθώς περιστρέφουμε τους άξονες x_v , y_v and z_v ώστε να ευθυγραμμιστούν με τους άξονες x_w , y_w και z_w , αντίστοιχα.



Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Μετατροπή από Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (VC)

- Εάν το σημείο στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (προβολής) καθορίζεται στη θέση του παγκόσμιου συστήματος σαν (x_0, y_0, z_0) , αυτό το σημείο μετακινείται στην παγκόσμιο σύστημα με το μετασχηματισμό \mathbf{T} .

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Μετατροπή από Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (VC)

- Αντίστοιχα, η περιστροφή απαιτεί 3 μετασχηματισμούς του άξονα συντεταγμένων, ανάλογα με την κατεύθυνση του **N**.
 - Στους άξονες του x, y, z

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

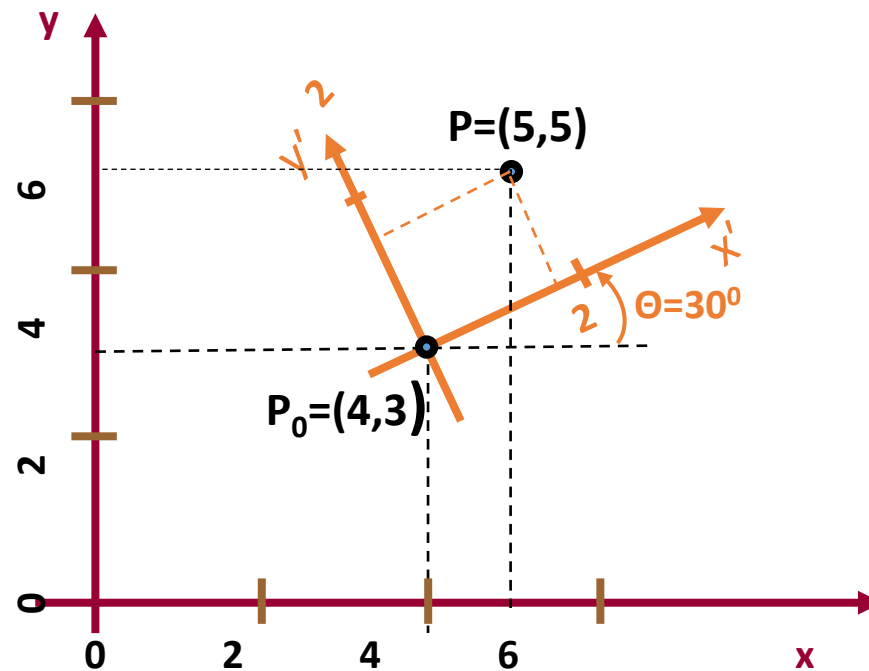
Μετατροπή από Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (VC)

- Ο πλήρης μετασχηματισμός από το παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων στο σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή δίνεται από το μετασχηματισμό:

$$\mathbf{M}_{wc,vc} = \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{T}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

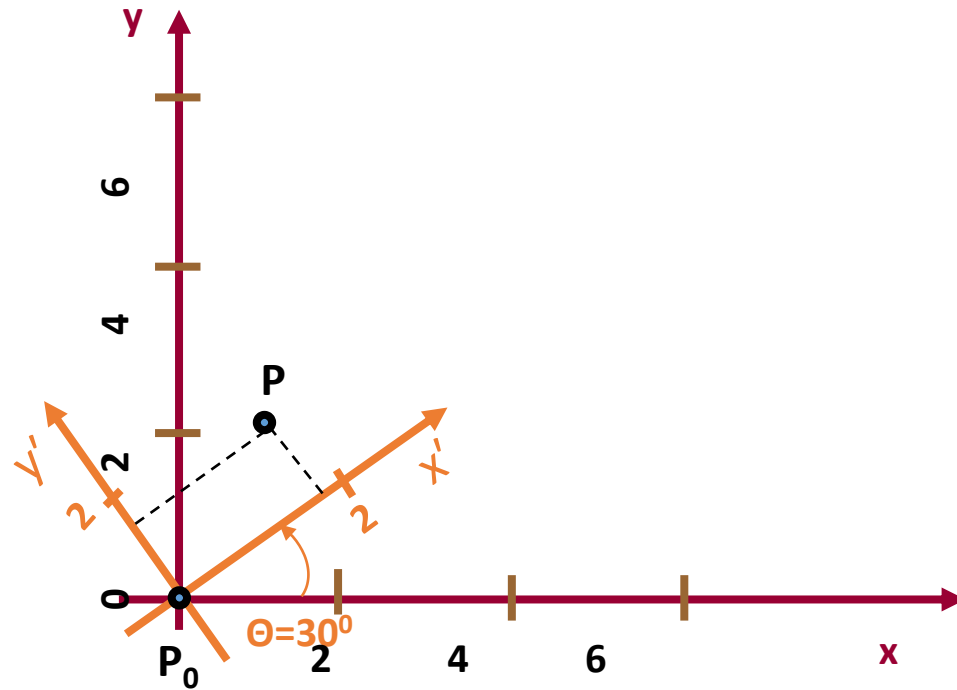
Ένα παράδειγμα για 2D



Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Μετακίνηση:

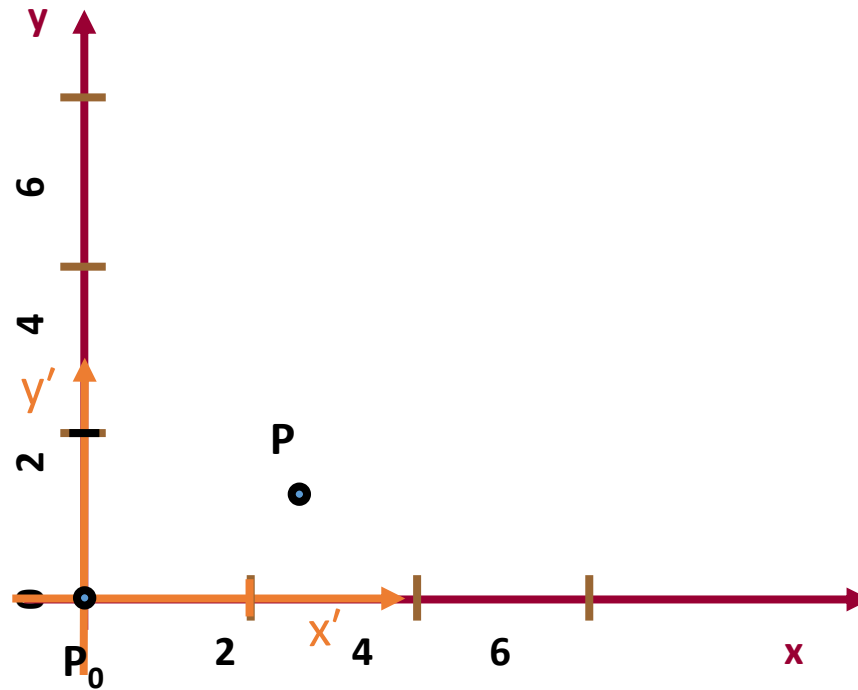
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Περιστροφή

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(-30) & -\sin(-30) & 0 \\ \sin(-30) & \cos(-30) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 0.8660 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.8660 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Οι νέες συντεταγμένες

$$\mathbf{M}_{wc.vc} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.500 & -4.964 \\ -0.500 & 0.866 & -0.598 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.866 \\ 1.232 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

- Μια άλλη μέθοδος για τη δημιουργία του πίνακα μετασχηματισμού περιστροφής είναι ο υπολογισμός των διανυσμάτων u, v, n , που θα μας δώσουν απευθείας τον πίνακα περιστροφής. Έχοντας τα διανύσματα \mathbf{N} και \mathbf{V} , τότε μπορούμε να τα υπολογίσουμε τα n, u, v ως ακολούθως

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{N}}{|\mathbf{N}|} = (n_1, n_2, n_3)$$

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{N}}{|\mathbf{V} \times \mathbf{N}|} = (u_1, u_2, u_3)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{n} \times \mathbf{u} = (v_1, v_2, v_3)$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

- Αυτή η μέθοδος ρυθμίζει επίσης αυτόματα την κατεύθυνση (προσανατολισμό) του **V** έτσι ώστε το **v** να είναι κάθετο στο **n**. Ο πίνακας περιστροφής δίνεται από

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & 0 \\ v_1 & v_2 & v_3 & 0 \\ n_1 & n_2 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

- Υπενθυμίζουμε πως η μετακίνηση δίνεται από το μετασχηματισμό \mathbf{T} .

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

- Οπότε, ο συνολικός μετασχηματισμός δίνεται από τον πίνακα

$$\mathbf{M}_{WC,VC} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & t_1 \\ v_1 & v_2 & v_3 & t_2 \\ n_1 & n_2 & n_3 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου

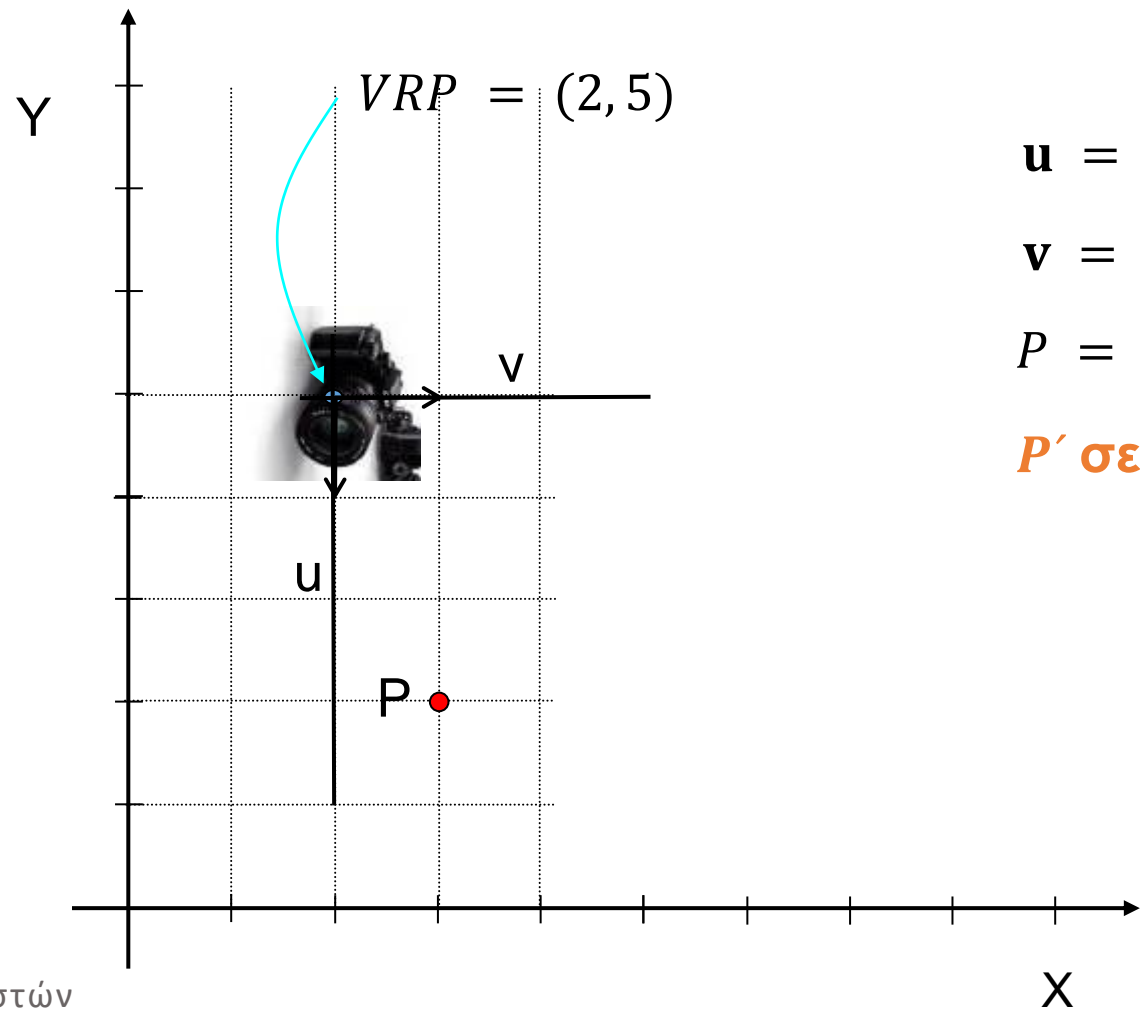
$$t_1 = -\mathbf{u} \cdot \mathbf{P}_0 = -x_0 u_x - y_0 u_y - z_0 u_z$$

$$t_2 = -\mathbf{v} \cdot \mathbf{P}_0 = -x_0 v_x - y_0 v_y - z_0 v_z$$

$$t_3 = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{P}_0 = -x_0 n_x - y_0 n_y - z_0 n_z$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D



$$\mathbf{u} = (0, -1)$$

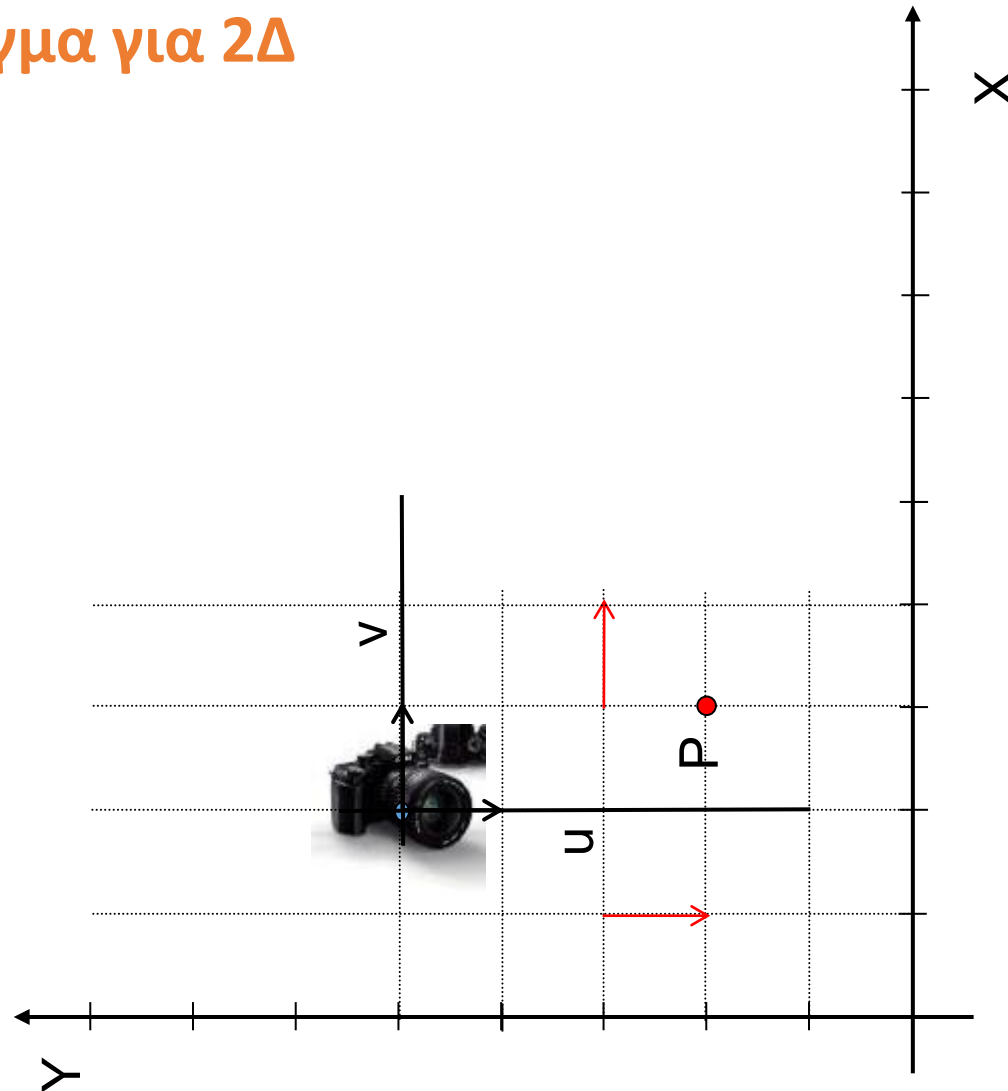
$$\mathbf{v} = (1, 0)$$

$$P = (3, 2) \text{ σε WC}$$

$$P' \text{ σε VC} = ??$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D



$$VRP = (2, 5)$$

$$\mathbf{u} = (0, -1)$$

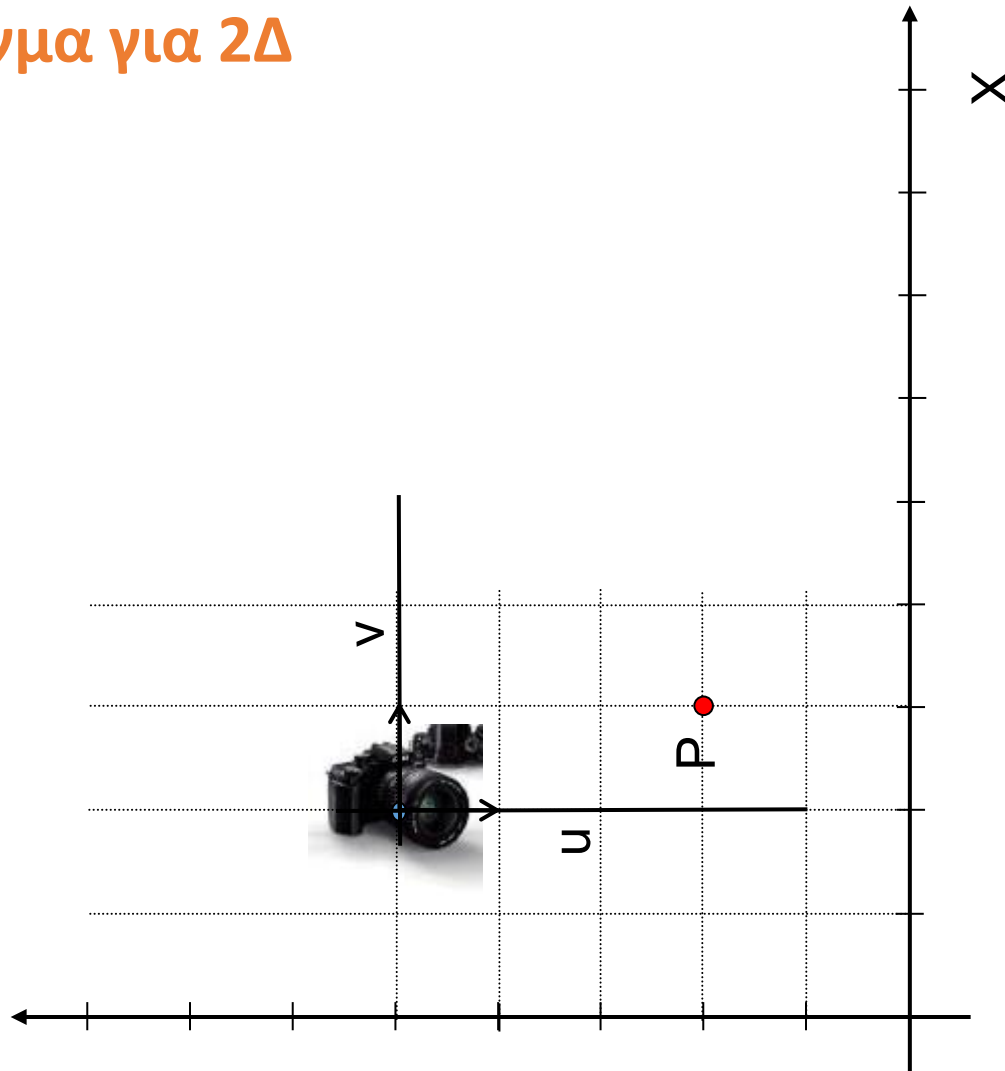
$$\mathbf{v} = (1, 0)$$

$$P = (3, 2) \text{ σε WC}$$

$$P' \text{ σε VC} = ??$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D



$$VRP = (2, 5)$$

$$\mathbf{u} = (0, -1)$$

$$\mathbf{v} = (1, 0)$$

$$P = (3, 2) \text{ σε WC}$$

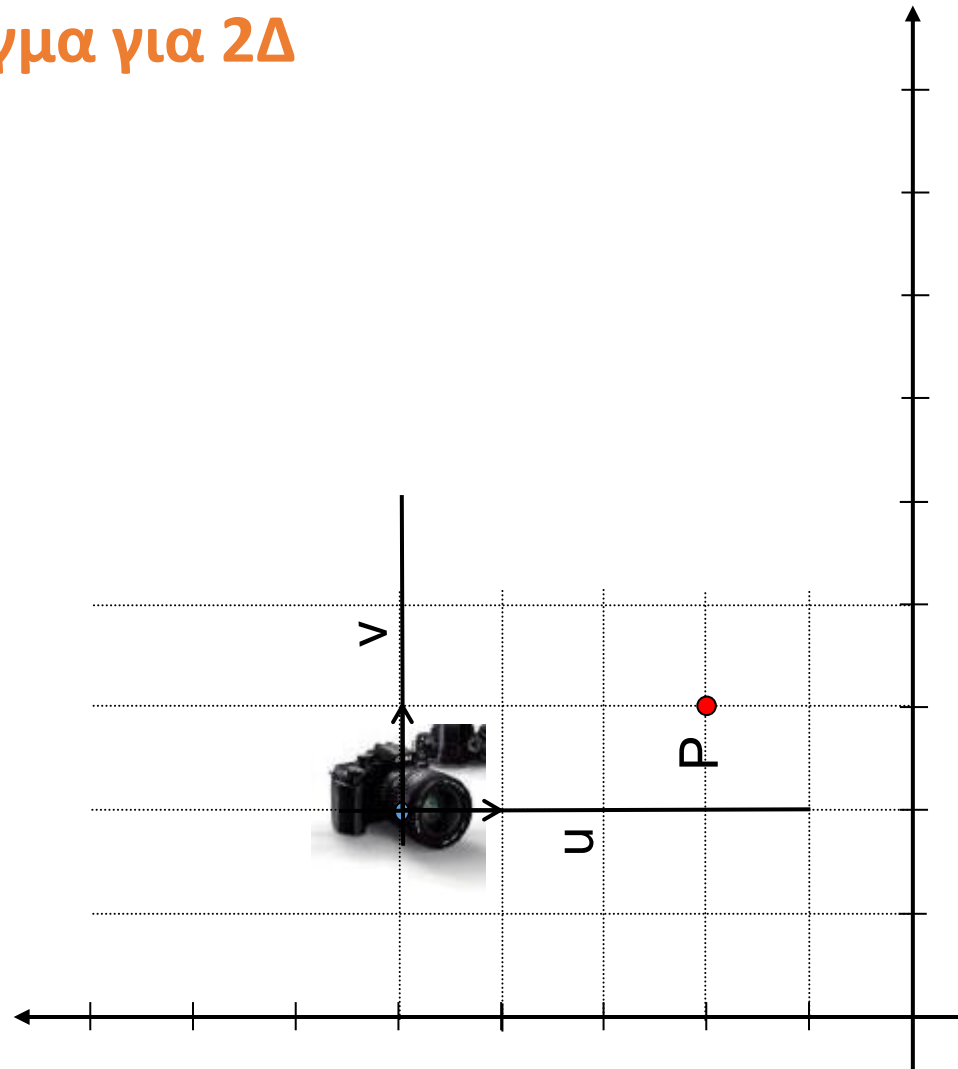
$$M = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & t_1 \\ v_1 & v_2 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t_1 = -\mathbf{u} \cdot VRP = -u_1 \cdot VRP_x - u_2 \cdot VRP_y$$

$$t_2 = -\mathbf{v} \cdot VRP = -v_1 \cdot VRP_x - v_2 \cdot VRP_y$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D



$$VRP = (2, 5)$$

$$\mathbf{u} = (0, -1)$$

$$\mathbf{v} = (1, 0)$$

$$P = (3, 2) \text{ σε WC}$$

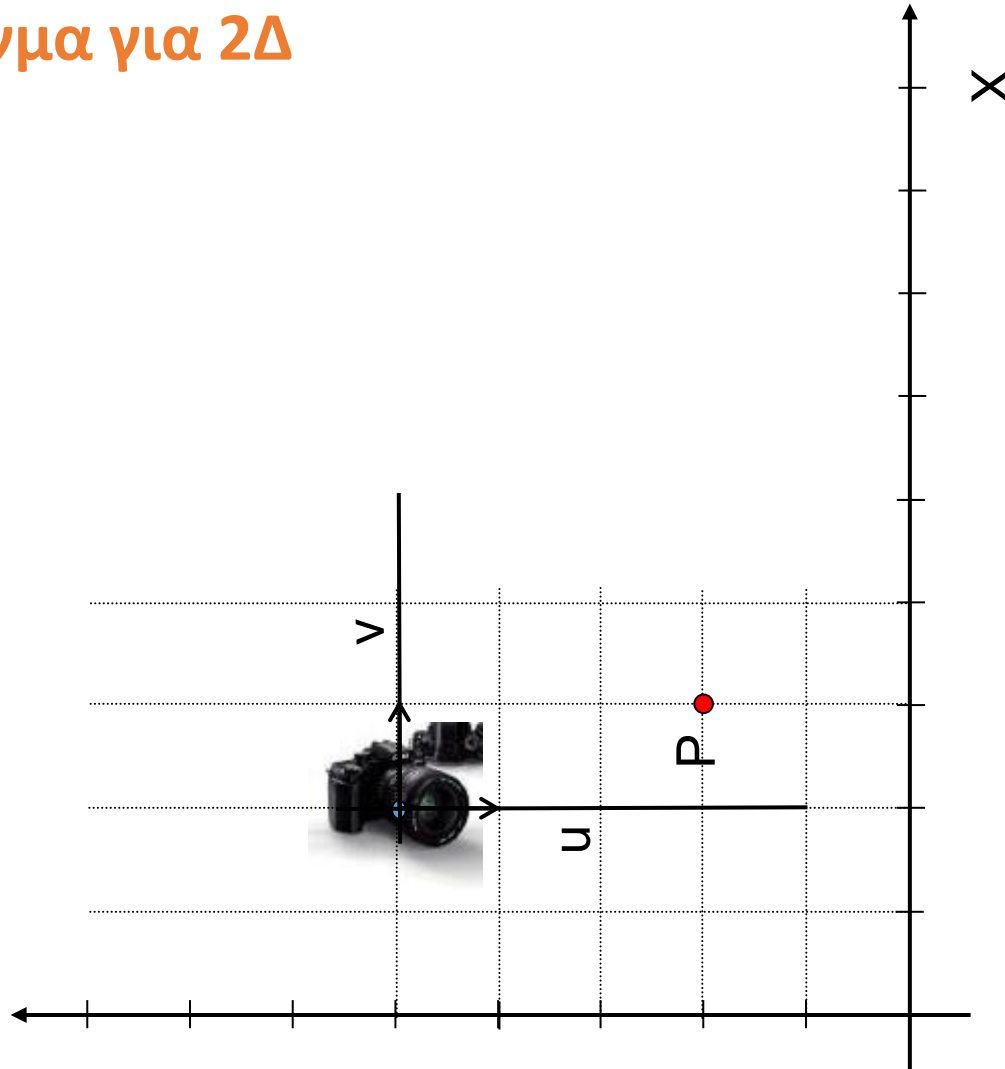
$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t_1 = -u_1 \cdot VRP_x - u_2 \cdot VRP_y = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 5 = 5$$

$$t_2 = -v_1 \cdot VRP_x - v_2 \cdot VRP_y = -1 \cdot 2 - 0 \cdot 5 = -2$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D



$$VRP = (2, 5)$$

$$\mathbf{u} = (0, -1)$$

$$\mathbf{v} = (1, 0)$$

$$P = (3, 2) \text{ σε WC}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

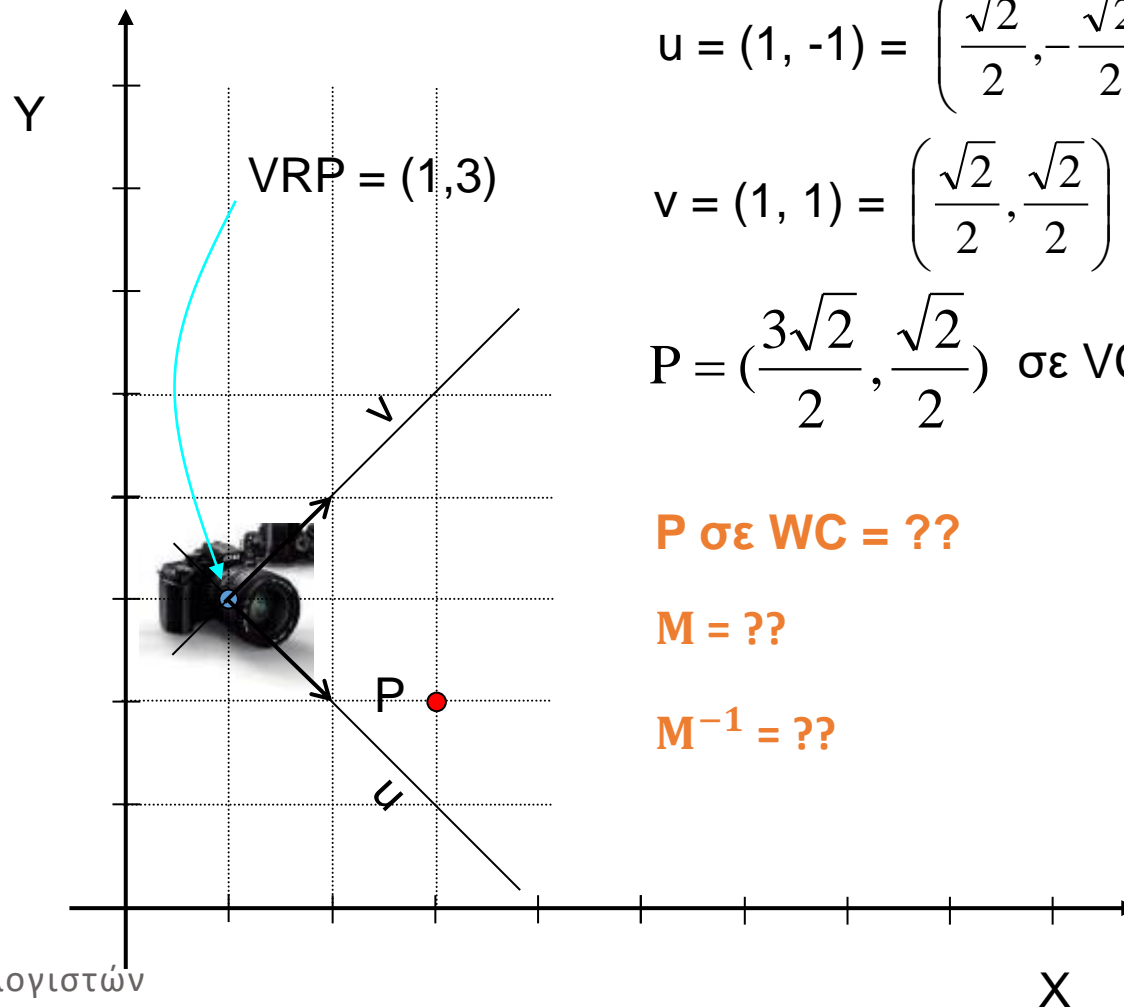
Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Μετατροπή από σύστημα συντεταγμένων του παρατηρητή (VC) στο Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC)

- Καμιά φορά χρειάζεται να πάμε ανάποδα, από VC σε WC.
 - Χρειαζόμαστε τον αντίστροφο M^{-1}

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2Δ



normalized vector

$$u = (1, -1) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$v = (1, 1) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$P = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ σε VC}$$

Δεδομένα

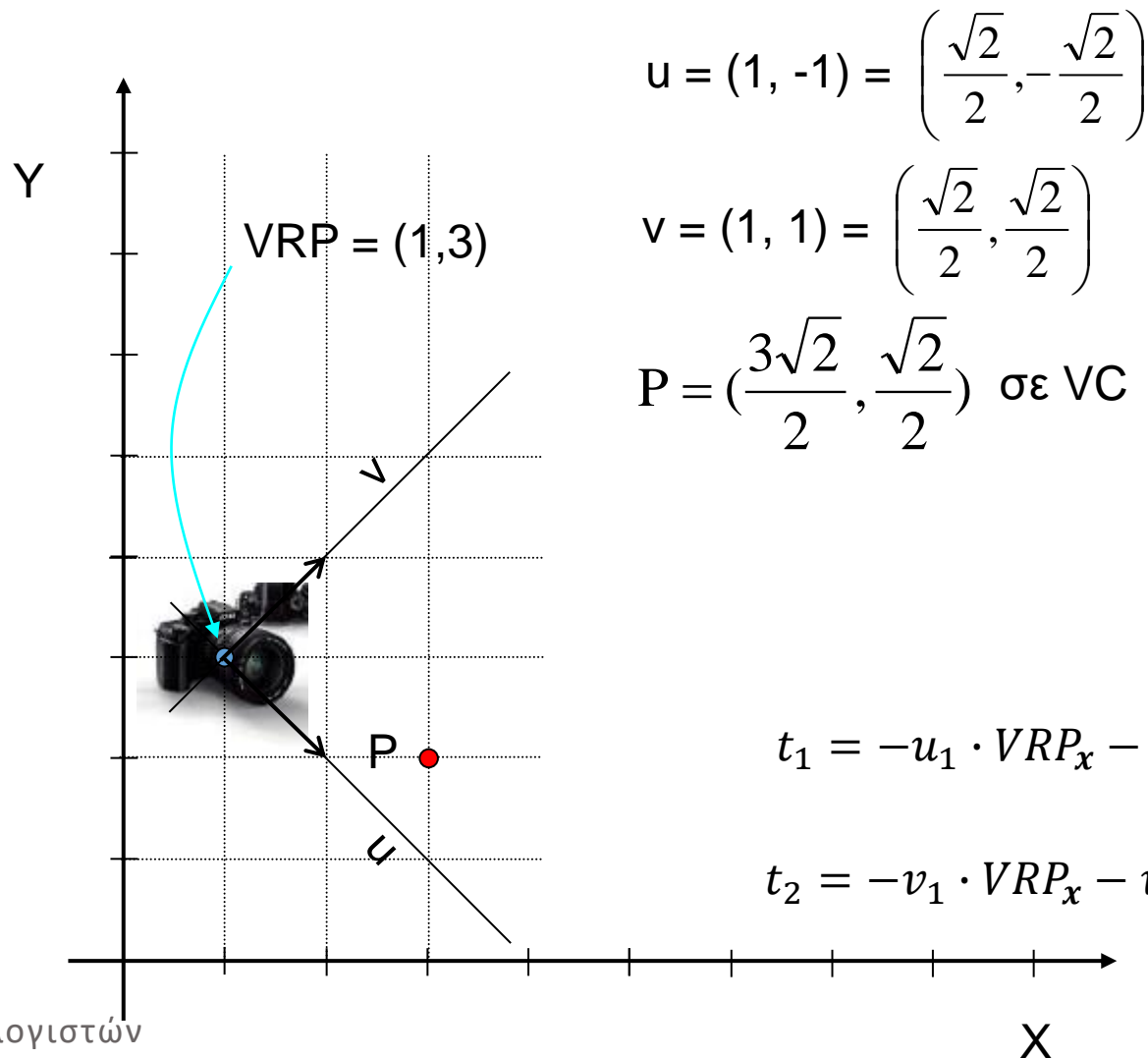
P σε WC = ??

M = ??

M⁻¹ = ??

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D



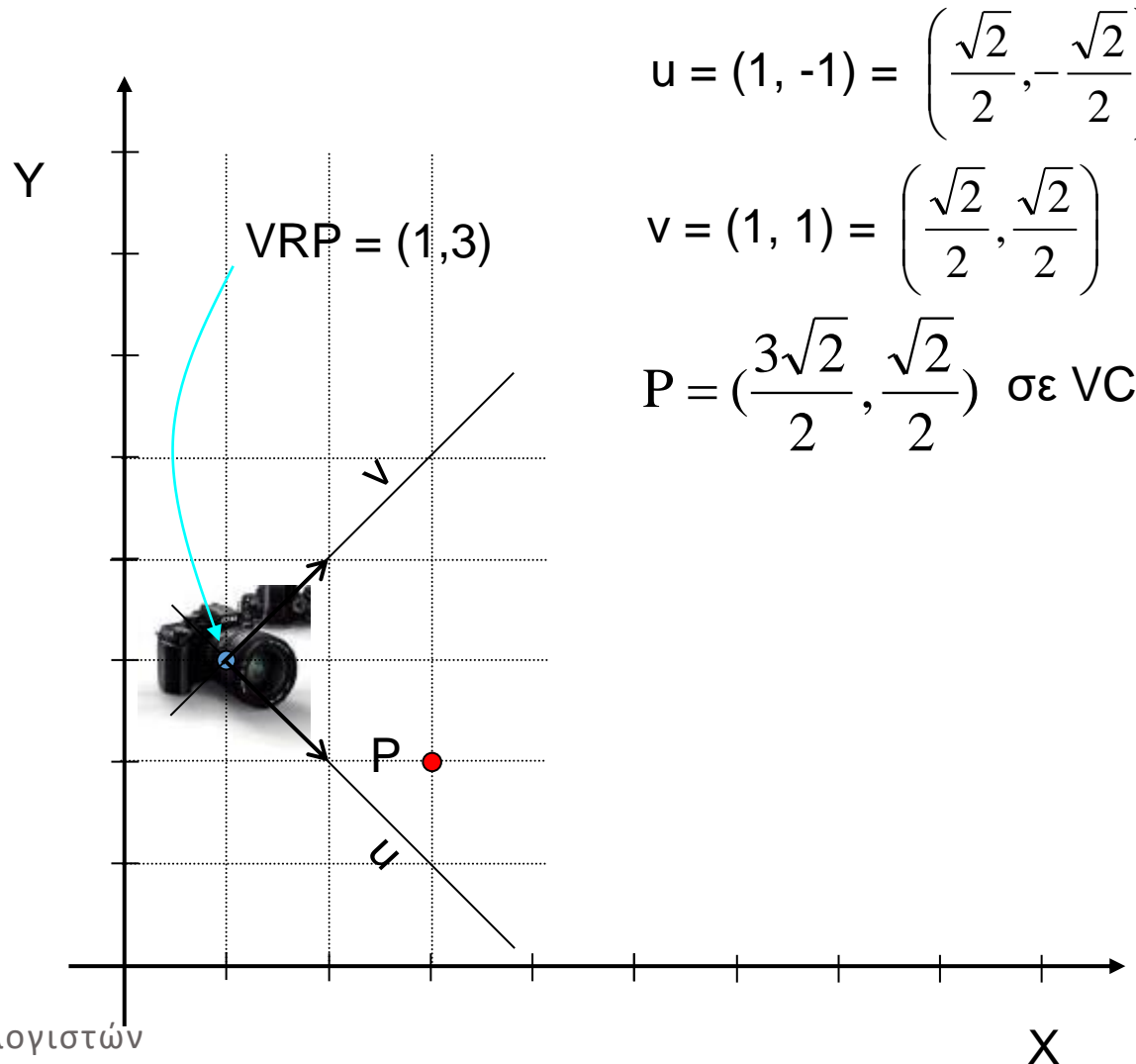
$$M = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -2\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t_1 = -u_1 \cdot VRP_x - u_2 \cdot VRP_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3 = \sqrt{2}$$

$$t_2 = -v_1 \cdot VRP_x - v_2 \cdot VRP_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3 = -2\sqrt{2}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D

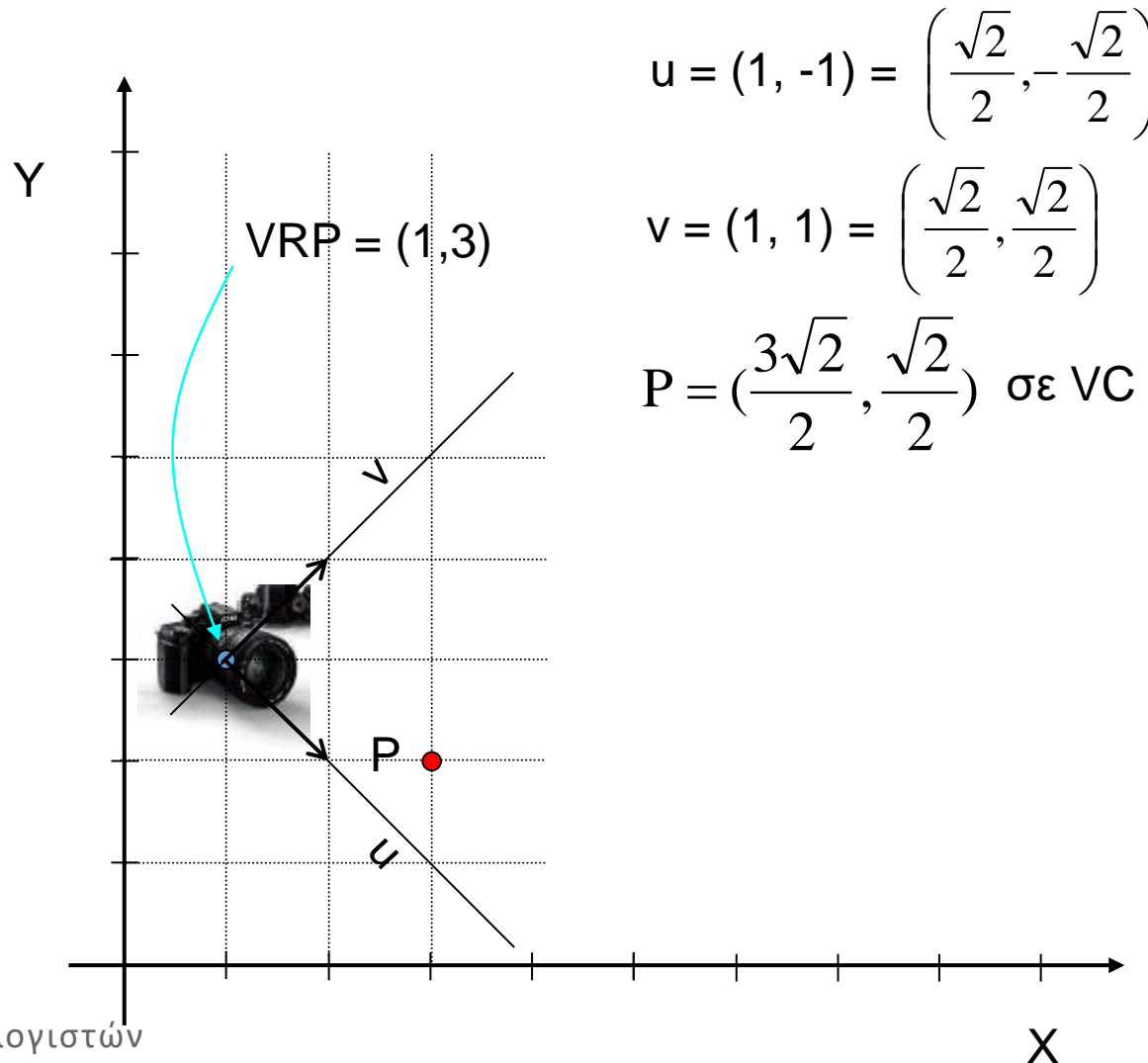


$$M = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -2\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (WC) και σύστημα παρατηρητή (VC)

Ένα παράδειγμα για 2D



$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Σύστημα συντεταγμένων

- Ορίσαμε το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας
- Ωστόσο τα αντικείμενα είναι σε 3Δ
- **Επόμενο βήμα:** Προβολή της σκηνής από 3Δ σε 2Δ (view plane)