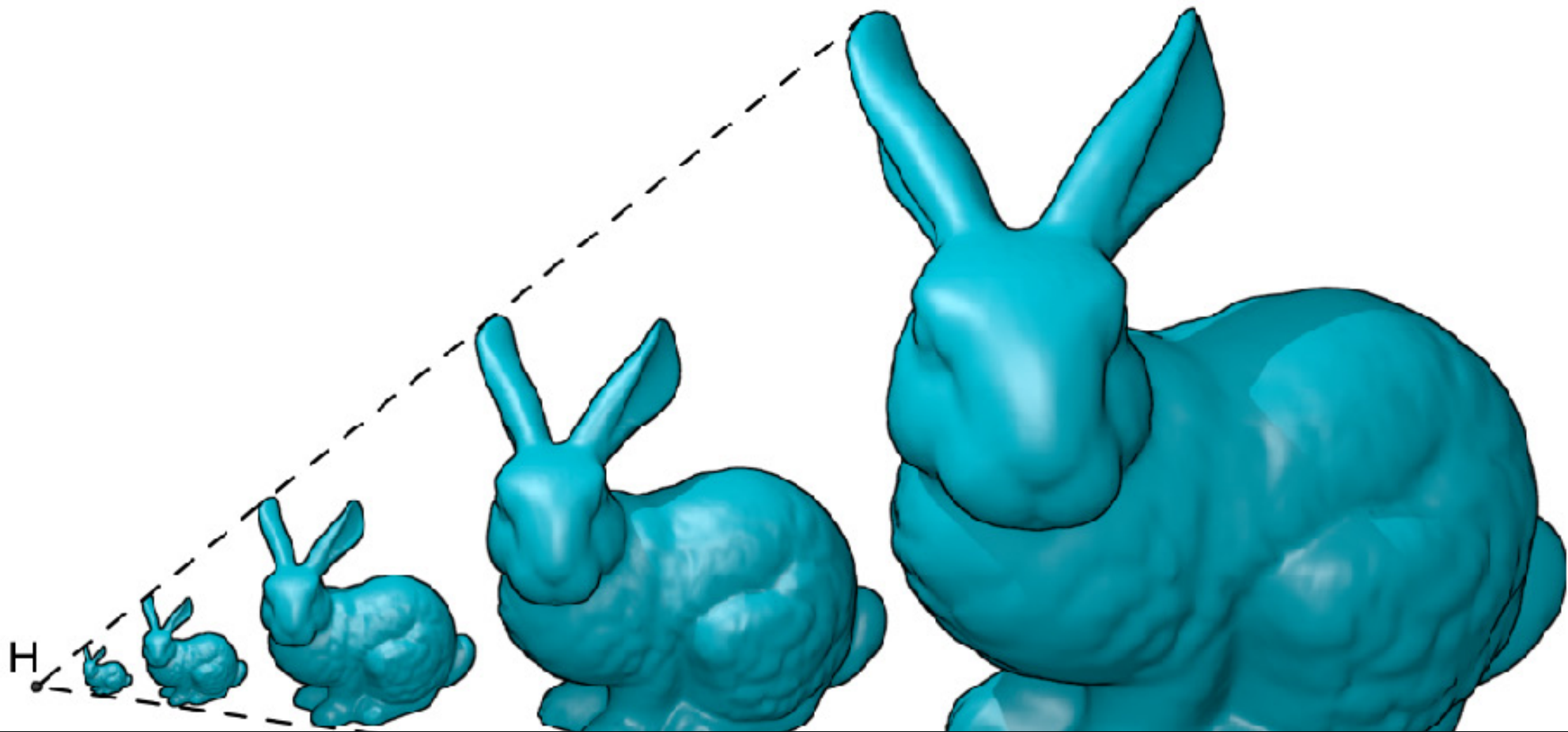




Γραφικά Υπολογιστών

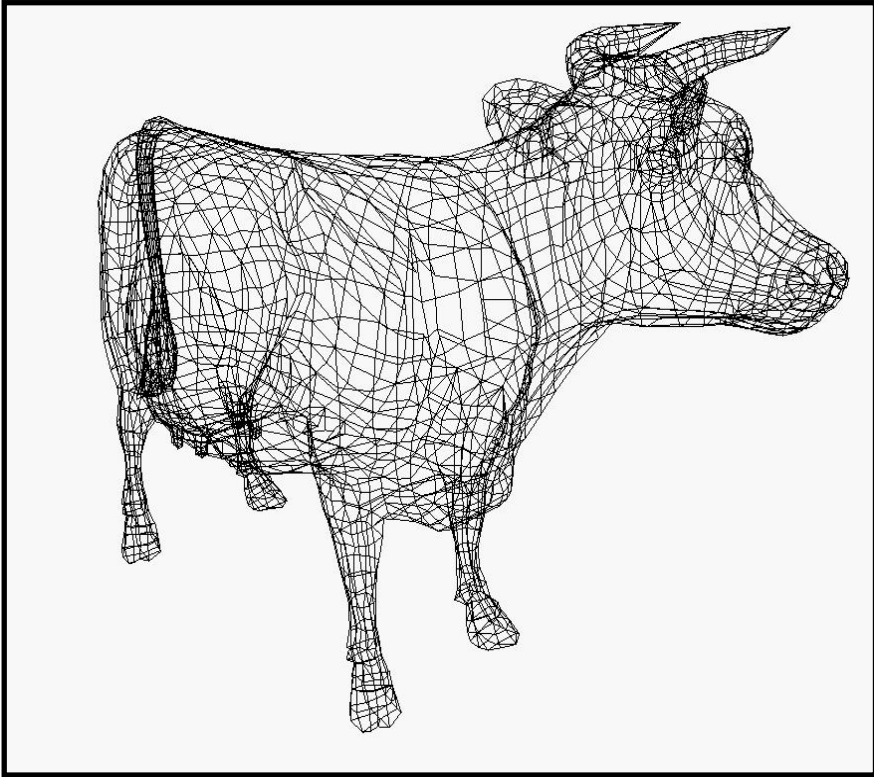
Βασικά μαθηματικά: Γραμμικοί Μετασχηματισμοί

Andreas Aristidou

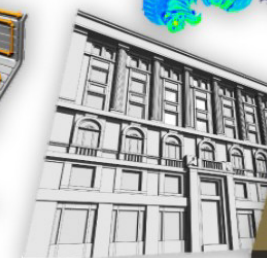
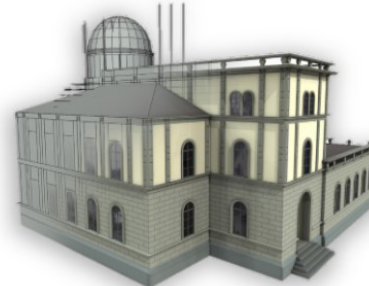
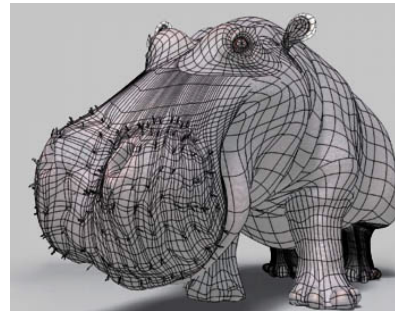
andarist@ucy.ac.cy

<http://www.andreasaristidou.com>

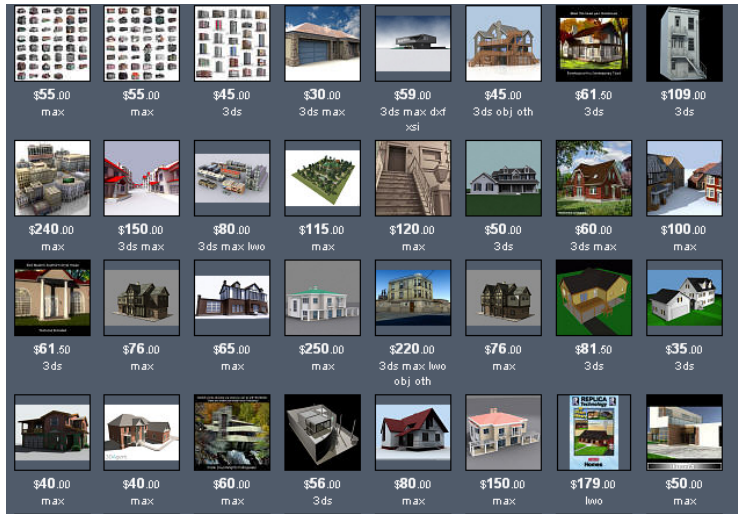
Γεωμετρική Μοντελοποίηση: Εισαγωγή



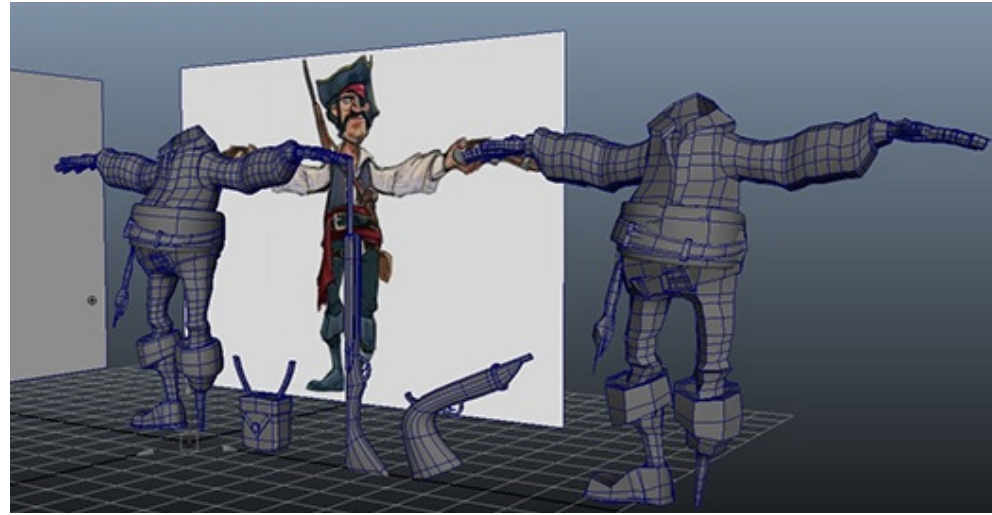
Με συνδυασμό πολυγώνων μπορούμε να περιγράψουμε οποιοδήποτε σχήμα



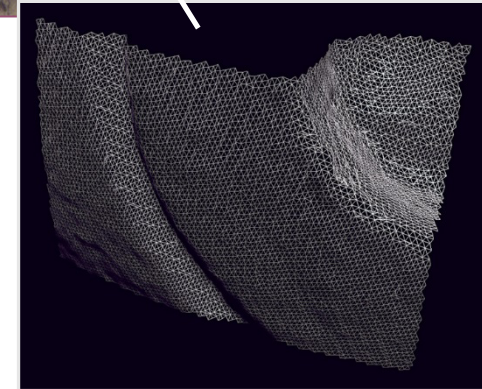
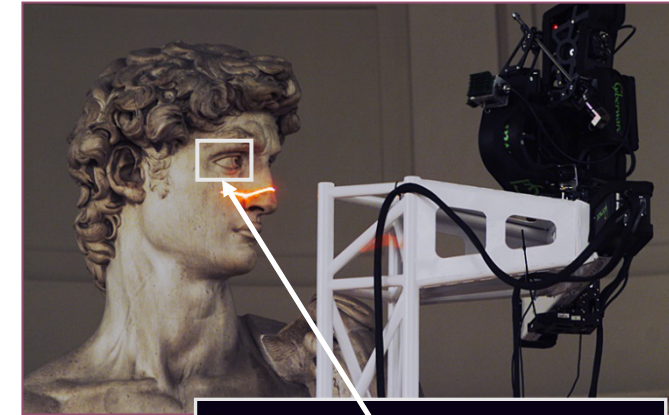
Γεωμετρική Μοντελοποίηση: Εισαγωγή



3D Model Library



3D Software



3D Laser Scan

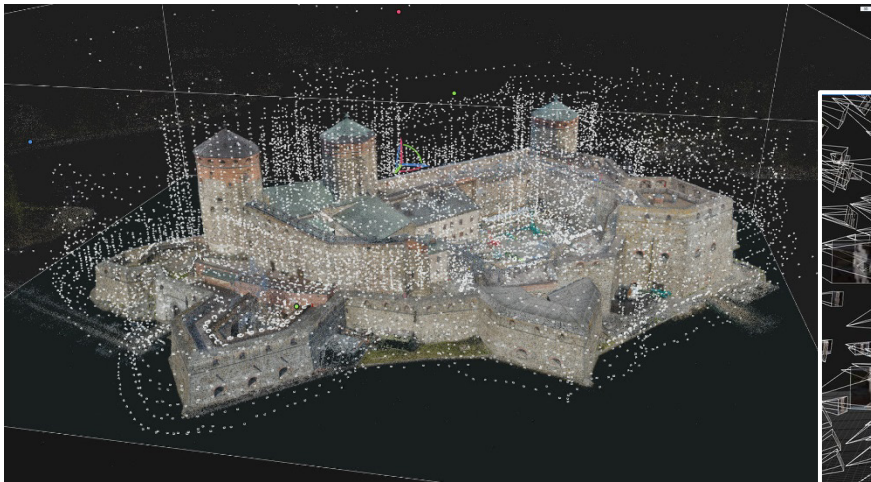
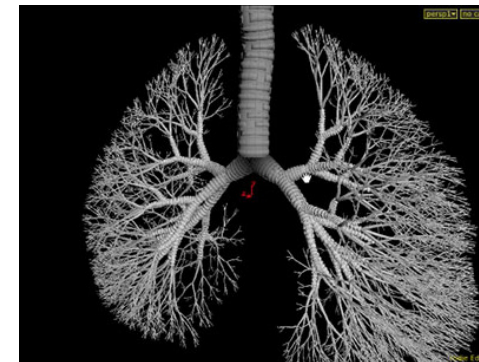
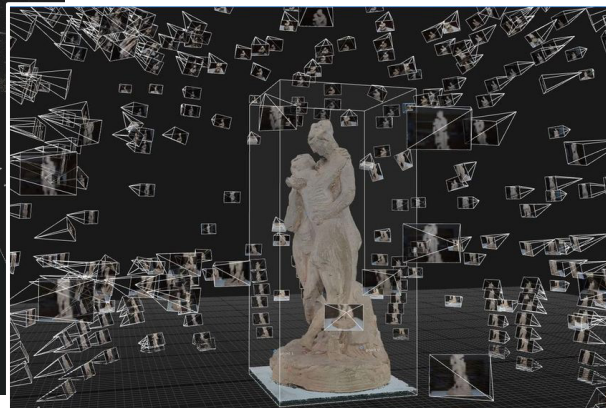


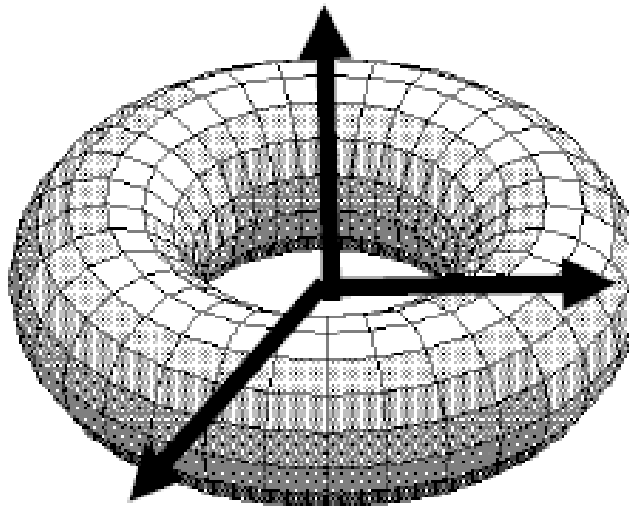
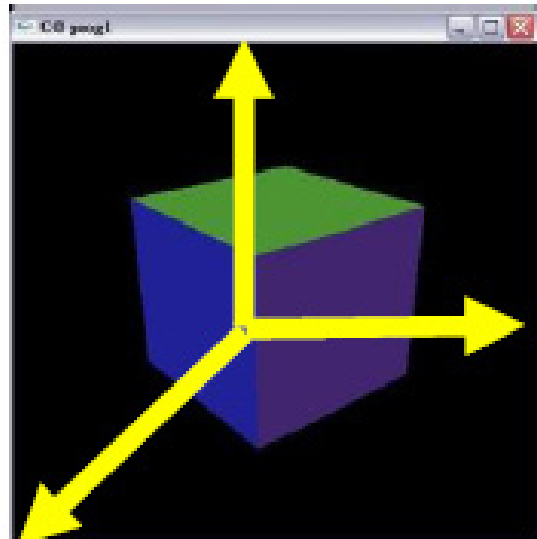
Image-based: *Photogrammetry*



Procedural Modeling

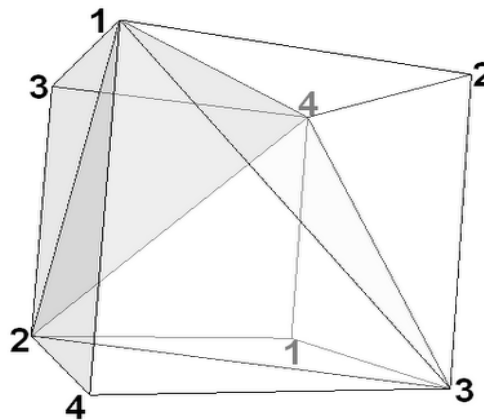
Ρύθμιση αντικειμένων στη σκηνή

- Μόλις ολοκληρωθεί η μοντελοποίηση των αντικειμένων/χαρακτήρων, πρέπει να τα τοποθετηθούν στο περιβάλλον
- Οπότε, πρέπει να γνωρίζουμε τις θέσεις κορυφής των αντικειμένων (σημείο αναφοράς) στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων
- Συνήθως τα αντικείμενα ορίζονται στο δικό τους τοπικό σύστημα συντεταγμένων



Πώς χρησιμοποιούμε τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς;

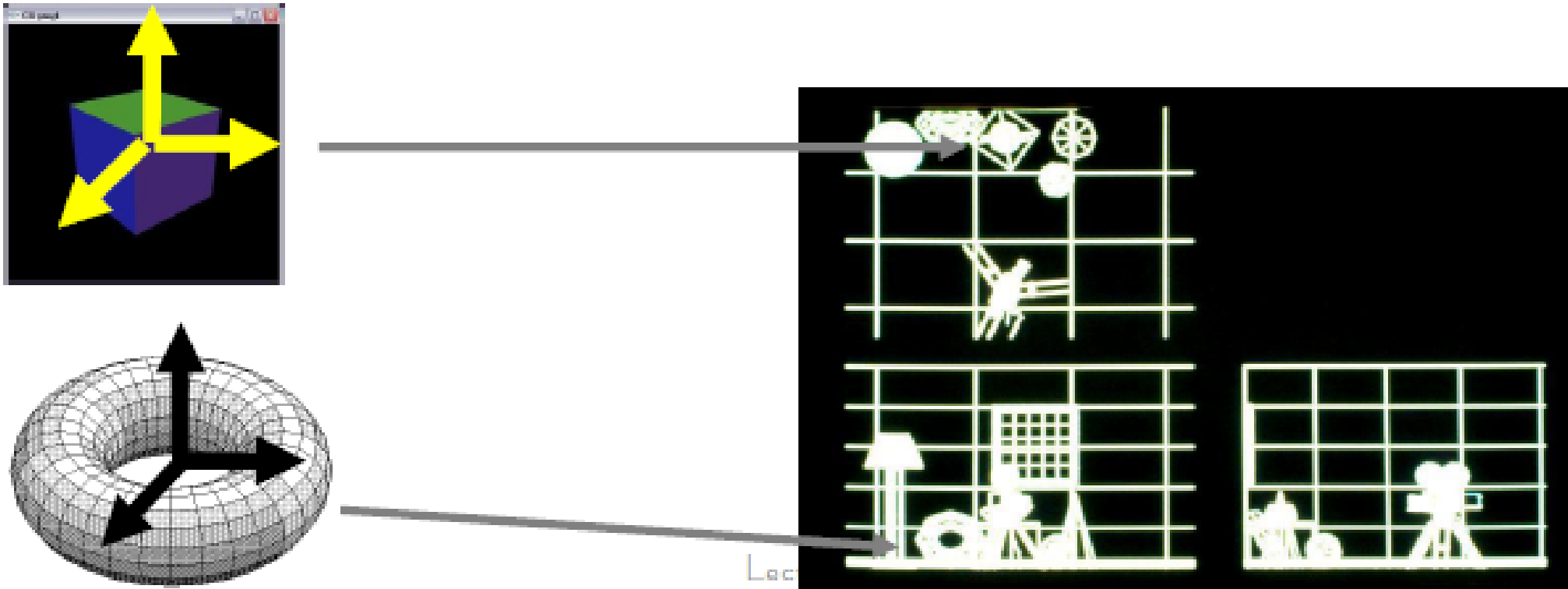
- Τα αντικείμενα, στο χαμηλότερο επίπεδο τους, είναι μια συλλογή από κορυφές (πολύγωνα)...



- Αυτά τα αντικείμενα έχουν θέση, προσανατολισμό, μέγεθος
- Αντιστοιχούν στους εξής μετασχηματισμούς: Μετακίνηση (Translation) T , Περιστροφή (Rotation) R , και Κλιμάκωση (Scaling) S .

Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί

- Οπότε, στόχος μας είναι να μεταφέρουμε, περιστρέφουμε ή/και κλιμακώσουμε τις κορυφές στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων



Μετασχηματισμοί

- Οι πιο σημαντικοί μετασχηματισμοί είναι
 - **translation** (μετακίνηση του αντικειμένου σε ευθεία γραμμή),
 - **scaling** (αλλαγή των διαστάσεων του),
 - **rotation** (περιστροφή με βάση ένα σημείο),
 - **reflection** (ανάκλαση με βάση μια ευθεία),
 - **shearing** (στρέβλωση των γωνιών των αξόνων ενός αντικειμένου).

Μετασχηματισμοί

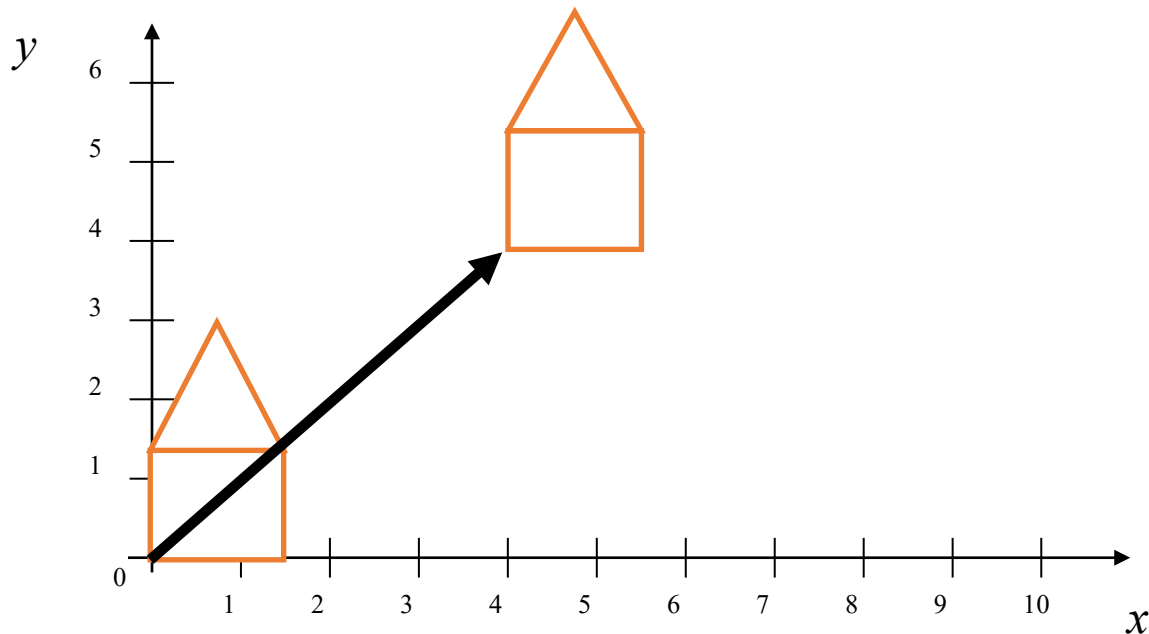


Ένα αντικείμενο που έχει κλιμακωθεί, περιστρέφει, ανακλαστεί, στρεβλωθεί, και μετακινηθεί.

2Δ Μετακίνηση (Translation)

- Απλά μετακινεί ένα αντικείμενο από τη μία θέση στην άλλη

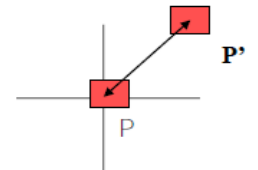
$$x' = x + dx \quad y' = y + dy$$



Σημείωση: Το σπίτι μετακινείται σε σχέση με την αρχή των αξόνων

Μπορεί να εκφραστεί και σαν πίνακες!

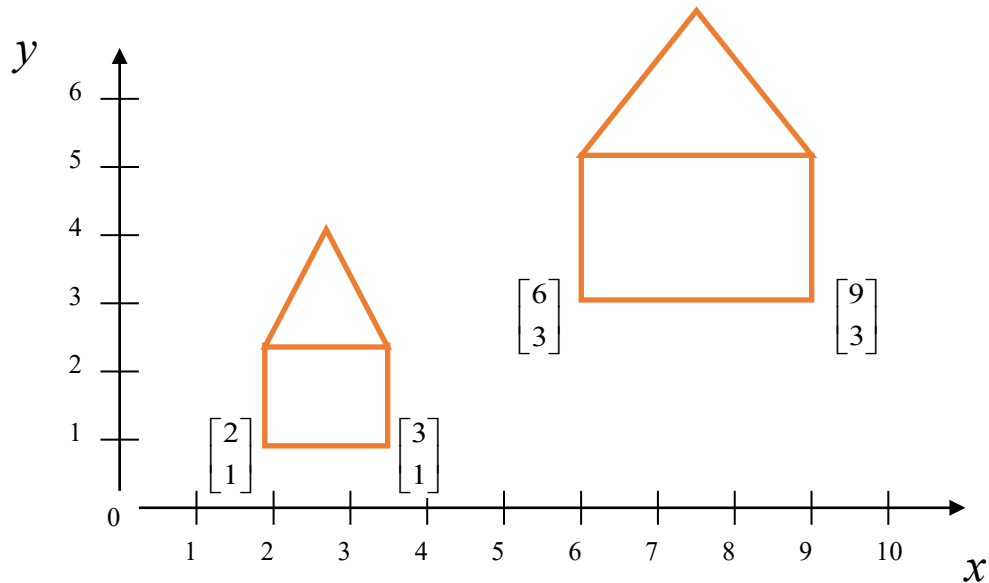
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$



2Δ Κλιμάκωση (Scaling)

- Στην βαθμωτή κλιμάκωση πολλαπλασιάζουμε όλες τις συντεταγμένες
- **Προσοχή!:** Τα αντικείμενα μεγαλώνουν και μετακινούνται!

$$x' = S_x \times x \quad y' = S_y \times y$$

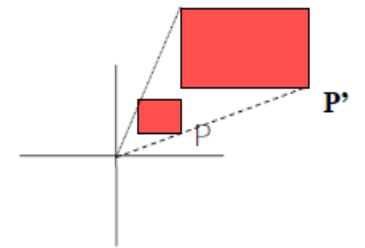


Σημείωση: Το σπίτι μετακινείται σε σχέση με την αρχή των αξόνων

Αντίστοιχα σε πίνακες!

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix}$$



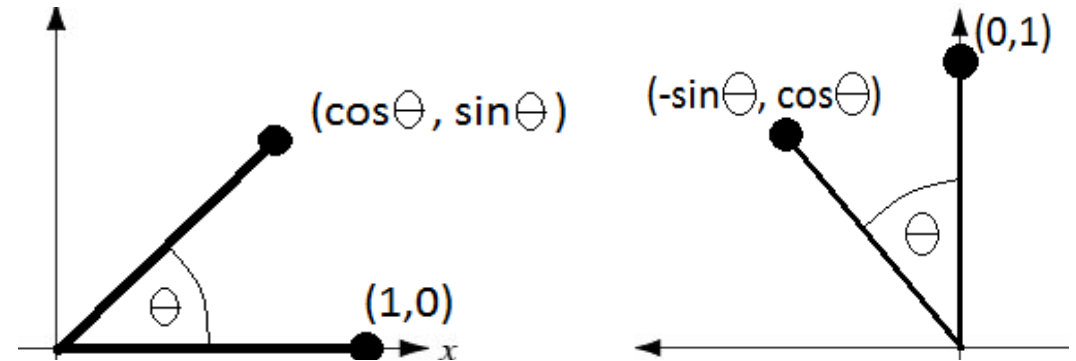
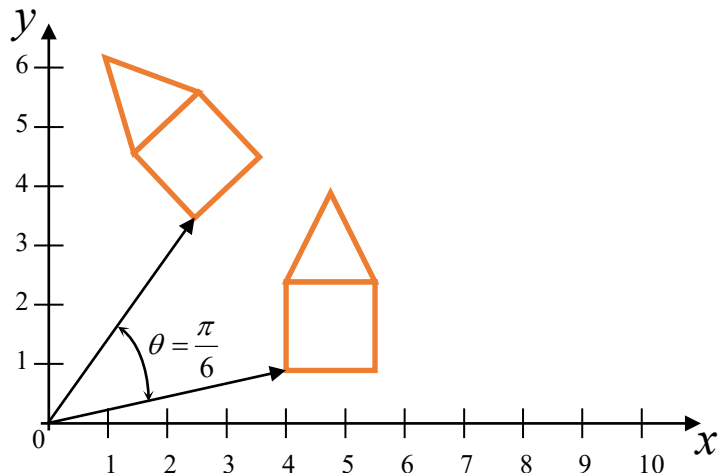
Περιστροφή (Rotation)

- Περιστρέφει όλες τις συντεταγμένες με καθορισμένη γωνία

$$x' = x \times \cos\theta - y \times \sin\theta$$

$$y' = x \times \sin\theta + y \times \cos\theta$$

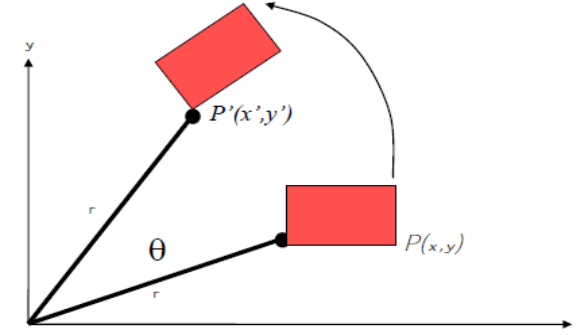
- Τα σημεία περιστρέφονται **πάντα** γύρω από την αρχή των αξόνων



Αντίστοιχα σε πίνακες!

Rotation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



Βασικοί Μετασχηματισμοί

- Μετακίνηση (Translation)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}$$

- Κλιμάκωση (Scale)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Περιστροφή (Rotation)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Διαφορετικές εξισώσεις για κάθε μετασχηματισμό
 - Ομογενείς μετασχηματισμοί!

Ομογενείς μετασχηματισμοί: *Homogeneous Transformation*

- Προσθέτουμε μία επιπλέον διάσταση, που είναι ίση με 1 ($x, y, z, 1$)
- Γιατί?
 - Χρησιμοποιώντας ομοιογενές μετασχηματισμό, οι 2D (καθώς και 3D) μετακινήσεις μπορούν να αναπαρασταθούν με πολλαπλασιασμό ενός πίνακα 3×3 (ή 4×4)

Ομογενείς Μετασχηματισμοί

- Μετακίνηση (Translation)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + d_x \\ y + d_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Κλιμάκωση (Scale)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Περιστροφή (Rotation)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Αντίστροφοι Μετασχηματισμοί

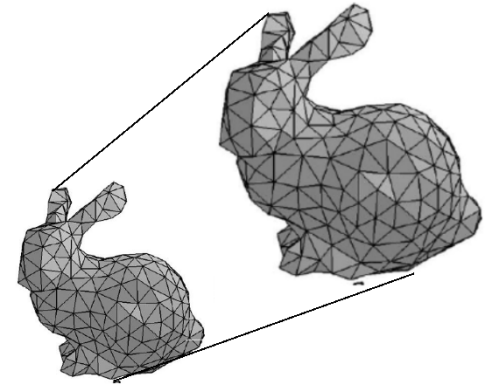
- Οι μετασχηματισμοί μπορούν εύκολα να αντιστραφούν χρησιμοποιώντας αντίστροφο μετασχηματισμό.
 - Όταν θέλουμε να ανακαλέσουμε ένα μετασχηματισμό
 - Είναι εφικτό λόγω των ομογενών εκφράσεων

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -dx \\ 0 & 1 & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Εφαρμογή μετασχηματισμών

- **Προσοχή!** Ο πολλαπλασιασμός πινάκων δεν είναι μεταθετικός, έτσι:

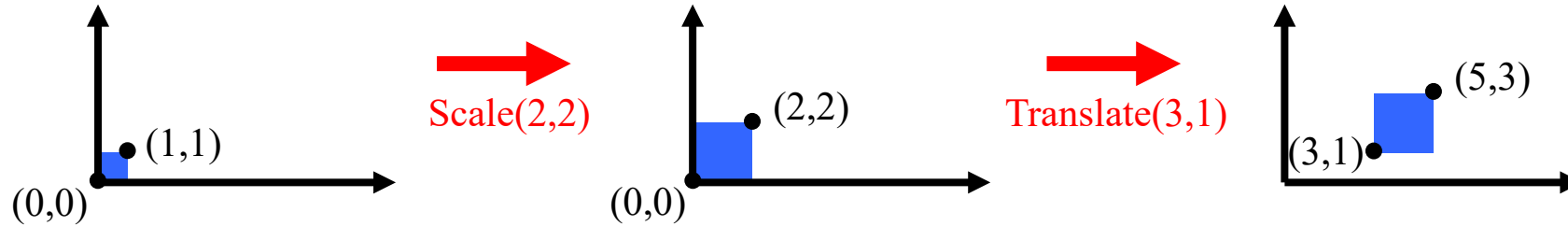
$$AB \neq BA$$



- Κατά την εφαρμογή του πολλαπλασιασμού των πινάκων, ένα σημαντικό πράγμα που πρέπει να θυμόμαστε είναι ότι δεν είναι μεταθετικός. Η αλλαγή στη σειρά πολλαπλασιασμού θα έχει διαφορετικό αποτέλεσμα.
 - Για παράδειγμα, έστω το παράδειγμα μετακίνησης και κλιμάκωσης ενός αντικειμένου :

Εφαρμογή μετασχηματισμών

- Κλιμάκωση (scale) μετά μεταφορά (translate)



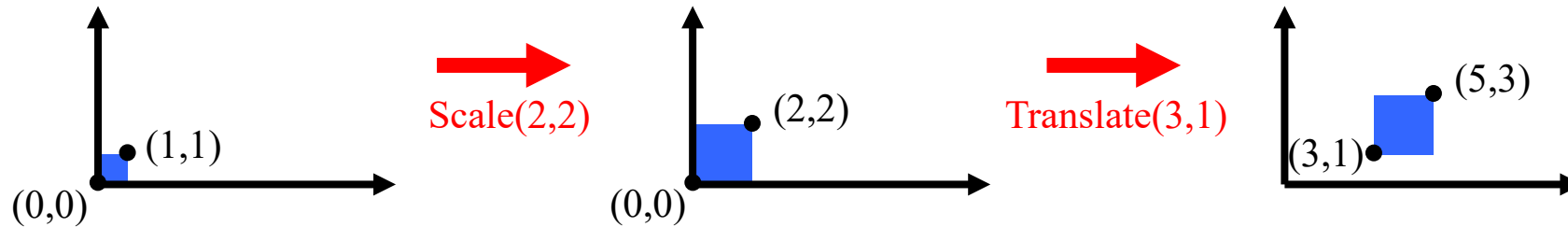
- Χρήση πολλαπλασιασμού πινάκων: $p' = T(S p) = (TS)p$

$$TS = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

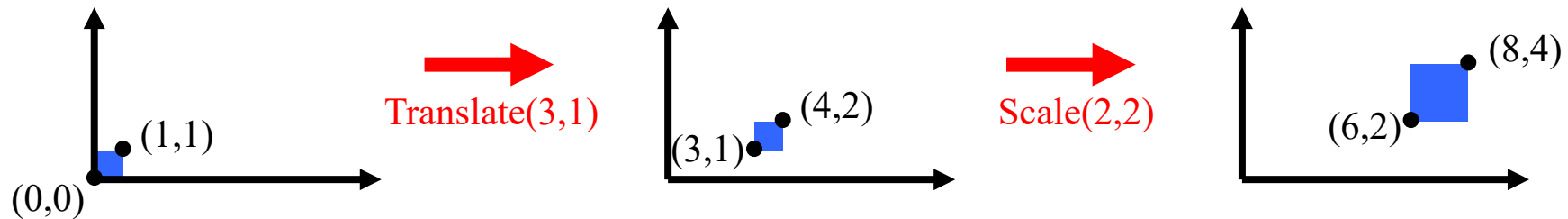
Μπορείτε να δείτε ότι το αποτέλεσμα της κλιμάκωσης, και στη συνέχεια μετακίνησης, είναι διαφορετικό από όταν πρώτα γίνει η μετακίνηση και στη συνέχεια η κλιμάκωση.

Εφαρμογή μετασχηματισμών

Κλιμάκωση και μετά Μεταφορά: $p' = T(S p) = (TS)p$



Μεταφορά και μετά Κλιμάκωση: $p' = S(T p) = (ST)p$



Μπορείτε να δείτε ότι το αποτέλεσμα της κλιμάκωσης, και στη συνέχεια μετακίνησης, είναι διαφορετικό από όταν πρώτα γίνει η μετακίνηση και στη συνέχεια η κλιμάκωση.

Εφαρμογή μετασχηματισμών

Κλιμάκωση και μετά Μεταφορά: $p' = T(S p) = (TS)p$

$$TS = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

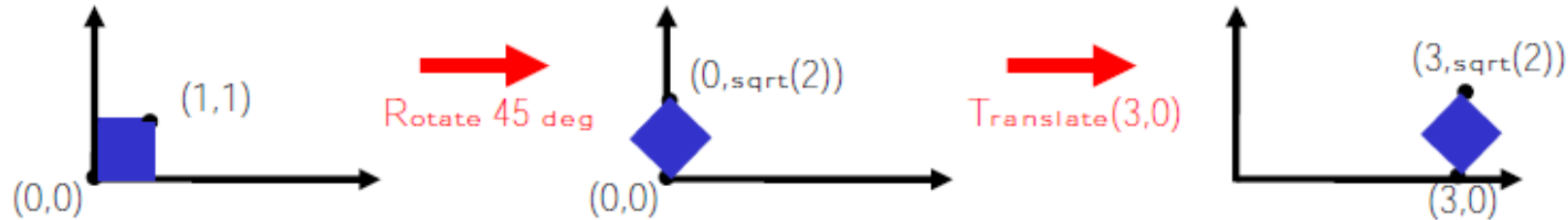
Μεταφορά και μετά Κλιμάκωση: $p' = S(T p) = (ST)p$

$$ST = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

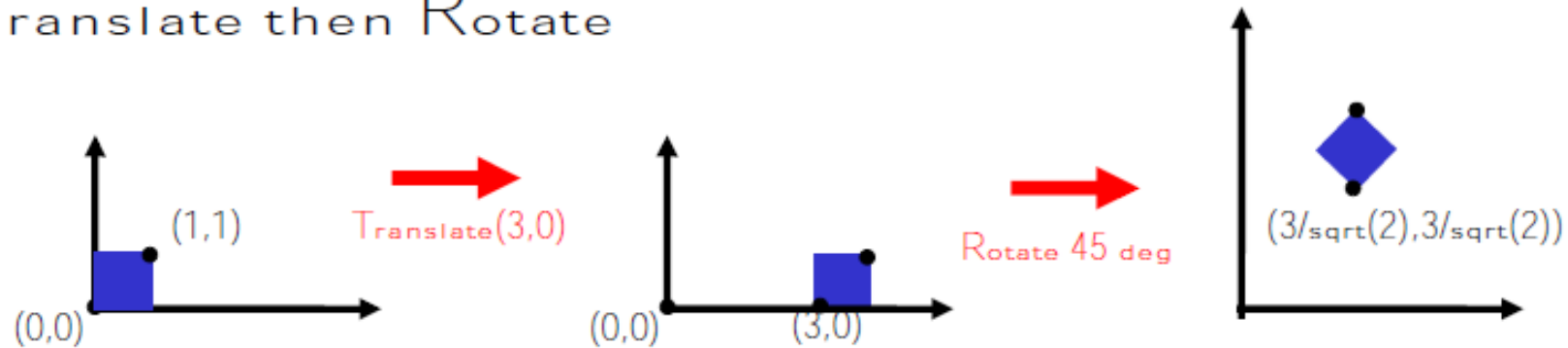
Αν κοιτάξουμε τους πίνακες μετασχηματισμού, μπορείτε να δείτε ότι τα στοιχεία είναι διαφορετικά όταν η σειρά του πολλαπλασιασμού είναι διαφορετική.

Εφαρμογή μετασχηματισμών

Rotate then Translate



Translate then Rotate

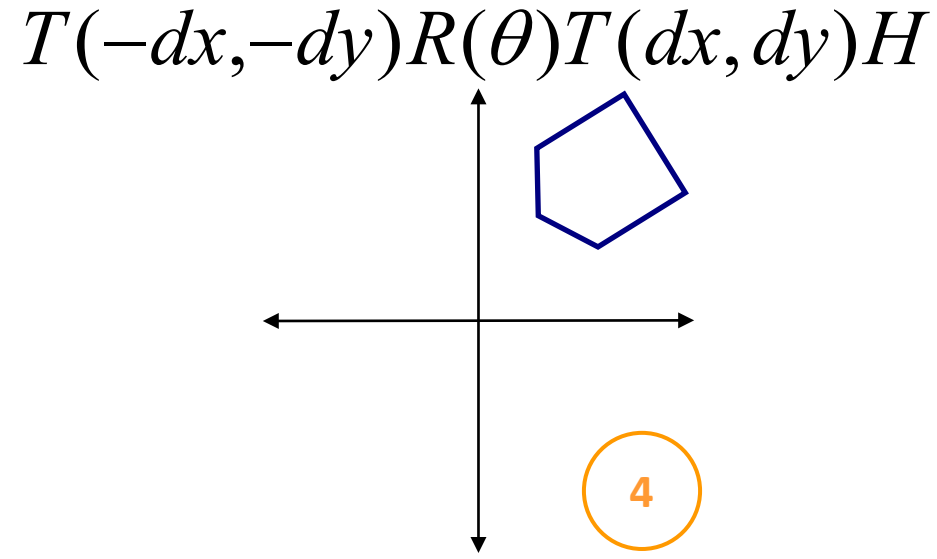
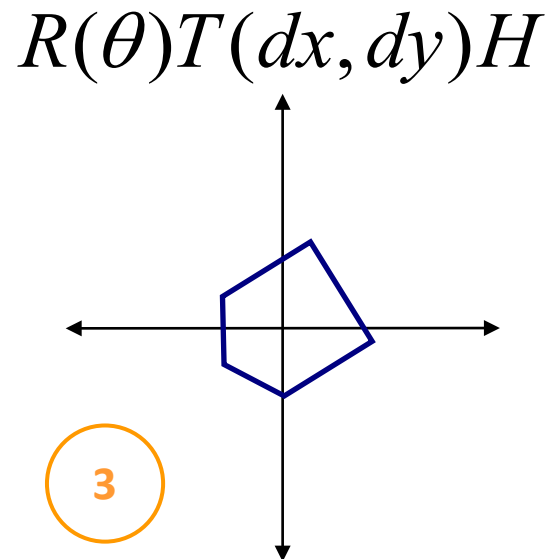
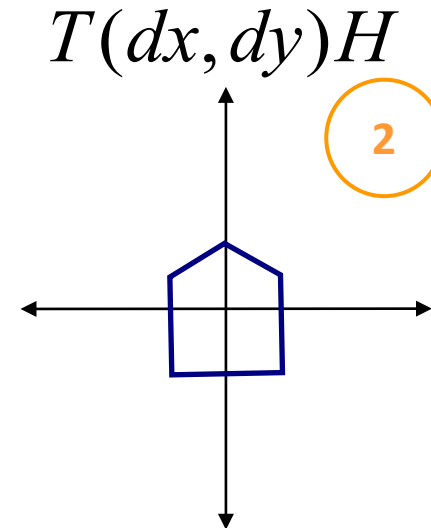
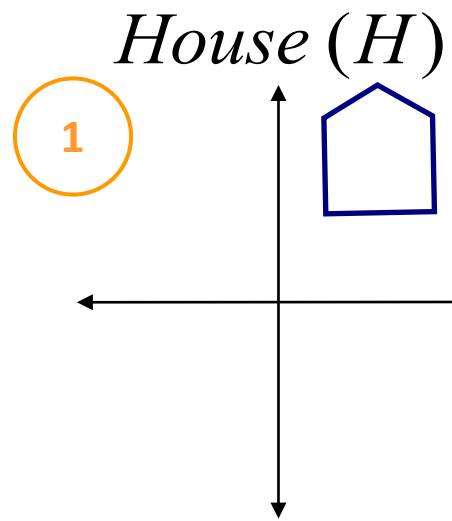


Εδώ είναι ένα άλλο παράδειγμα όπου πρώτα γίνεται η περιστροφή και στη συνέχεια η μετακίνηση. Όπως και πριν, το τελικό αποτέλεσμα είναι διαφορετικό αν πρώτα γίνει η μετακίνηση και στη συνέχεια η περιστροφή.

Εφαρμογή μετασχηματισμών

- Ένας αριθμός μετασχηματισμών μπορεί να συνδυαστεί σε ένα πίνακα για να κάνει τα πράγματα πιο εύκολα
 - Επιτρέπεται από το γεγονός ότι χρησιμοποιούμε ομοιογενείς συντεταγμένες
- Έστω περιστρέφετε ένα πολύγωνο γύρω από ένα σημείο (όχι αρχή των αξόνων)
 - Μεταφορά του σημείου στην αρχή των αξόνων
 - Περιστροφή γύρω από το σημείο
 - Μεταφορά του σημείου πίσω

Εφαρμογή μετασχηματισμών



Εφαρμογή μετασχηματισμών

- Οι τρεις μετασχηματισμοί εκφράζονται με πίνακες ως εξής

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -dx \\ 0 & 1 & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

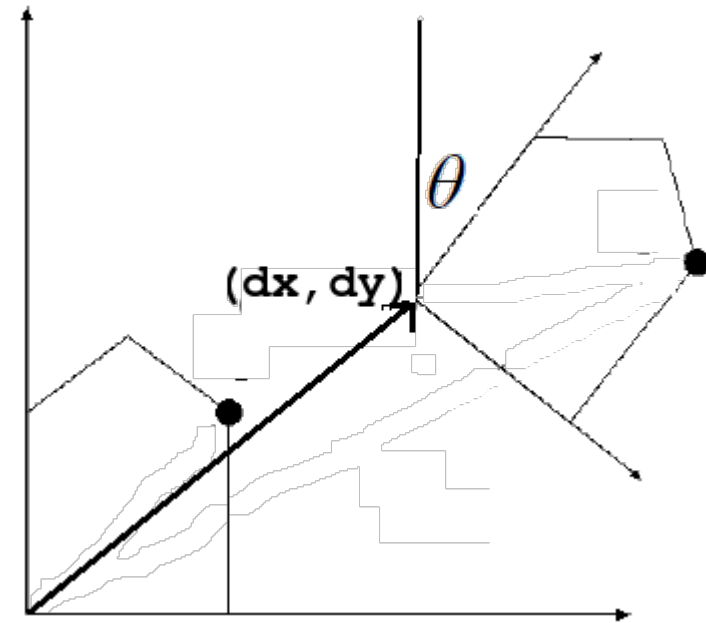
$$v' = T(-dx, -dy)R(\theta)T(dx, dy)v$$

ΠΡΟΣΟΧΗ: ο πολλαπλασιασμός του πίνακα δεν είναι μεταθετικός,
οπότε η σειρά έχει σημασία

Περιστροφή, Μετακίνηση

- Ο πίνακας της περιστροφής, και στη συνέχεια της μετακίνησης χρησιμοποιείται πολύ συχνά οπότε μπορεί να αξίζει να το θυμόμαστε.
- Είναι αρκετά απλός. Απλά προσθέστε τα στοιχεία μετακίνησης στην 3η στήλη του πίνακα περιστροφής.
- Έτσι, αν θέλετε να τοποθετήσετε ένα αντικείμενο στη θέση (d_x, d_y) και να το περιστρέψετε γύρω από την αρχή των αξόνων κατά τη γωνία θ , μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτό τον πίνακα.

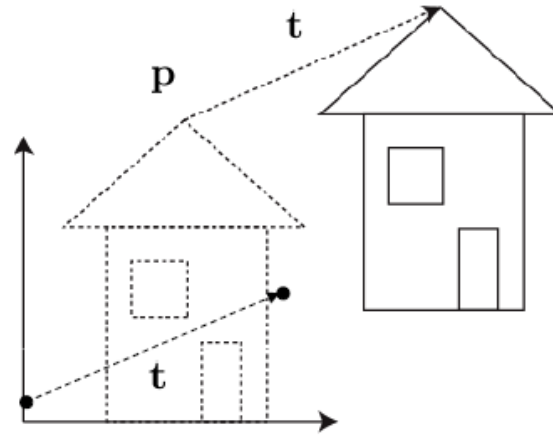
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & d_x \\ \sin \theta & \cos \theta & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



3Δ Μετακίνηση (Translation)

- Οι ομοιογενείς μετασχηματισμοί πινάκων σε 3Δ

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{t} = \begin{bmatrix} p_x + t_x \\ p_y + t_y \\ p_z + t_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

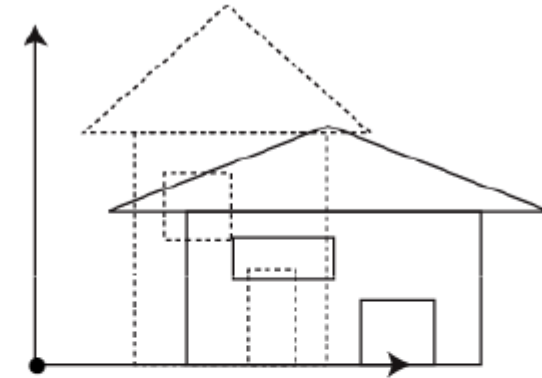
$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{T}(\mathbf{t})\mathbf{p}$$

3Δ Κλιμάκωση (Scaling)

- Αντίστοιχα, ο πίνακας για βαθμωτή κλιμάκωση είναι:

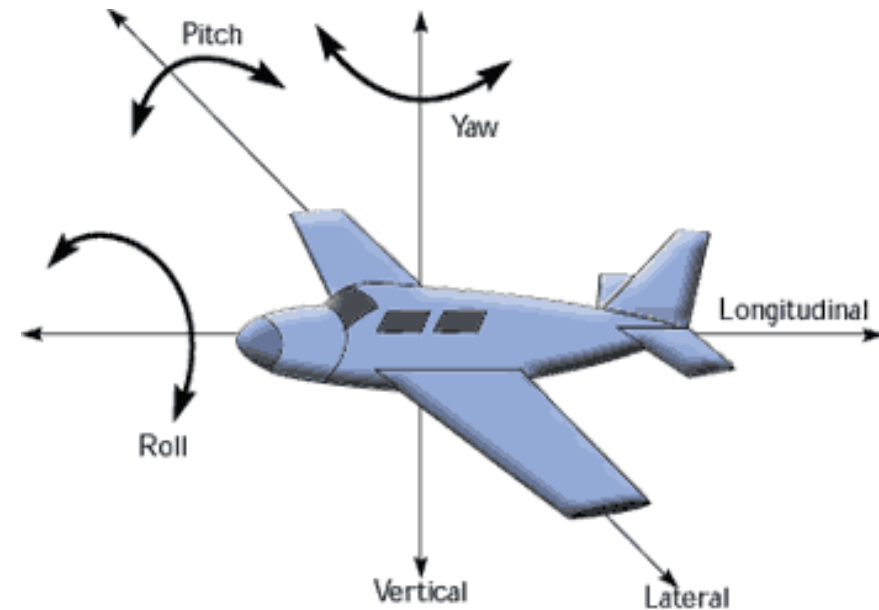
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{S}(s_x, s_y, s_z) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

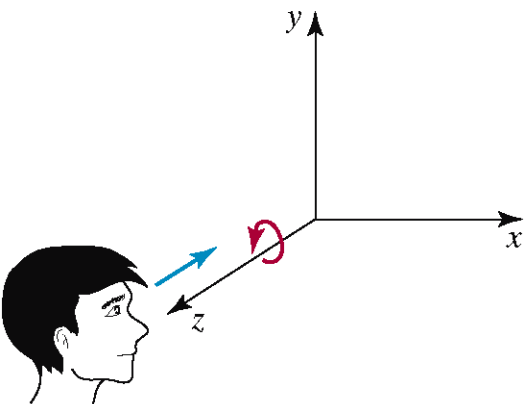
3Δ Περιστροφή (Rotation)

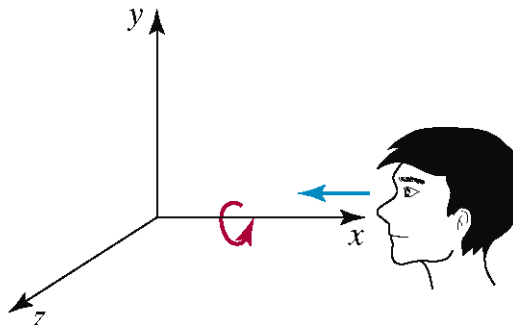
- Όταν διενεργήσαμε περιστροφές σε δύο διαστάσεις, είχαμε μόνο την επιλογή της περιστροφής για τον άξονα z .
- Στην περίπτωση των τριών διαστάσεων έχουμε περισσότερες επιλογές:
 - Περιστροφή στον άξονα των x – **pitch**
 - Περιστροφή στον άξονα των y – **yaw**
 - Περιστροφή στον άξονα των z – **roll**

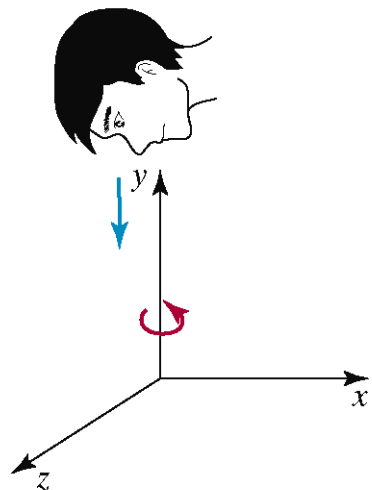


3Δ Περιστροφή (Rotation)

- Οι εξισώσεις για τα τρία είδη περιστροφών σε 3Δ είναι οι εξής:

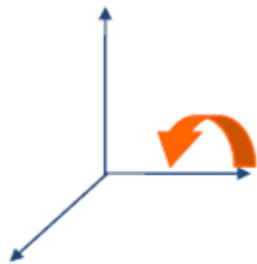

$$\begin{aligned}x' &= x \cdot \cos\theta - y \cdot \sin\theta \\y' &= x \cdot \sin\theta + y \cdot \cos\theta \\z' &= z\end{aligned}$$


$$\begin{aligned}x' &= x \\y' &= y \cdot \cos\theta - z \cdot \sin\theta \\z' &= y \cdot \sin\theta + z \cdot \cos\theta\end{aligned}$$


$$\begin{aligned}x' &= z \cdot \sin\theta + x \cdot \cos\theta \\y' &= y \\z' &= z \cdot \cos\theta - x \cdot \sin\theta\end{aligned}$$

3Δ Περιστροφή (Rotation)

- Περιστροφή γύρω από τον άξονα των x - $R_x(\theta)$

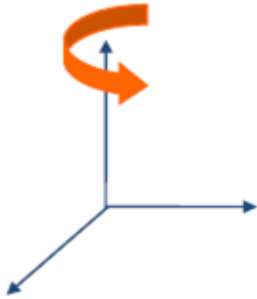


$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Σημειώστε ότι οι τιμές του x δεν αλλάζουν καθώς αλλάζουν οι τιμές y και z .

3Δ Περιστροφή (Rotation)

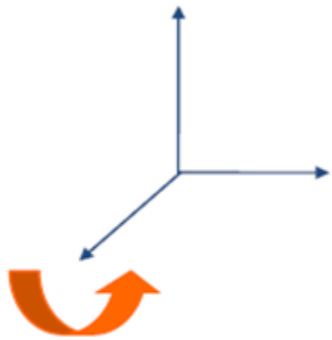
- Περιστροφή γύρω από τον άξονα των y - $R_y(\theta)$



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

3Δ Περιστροφή (Rotation)

- Περιστροφή γύρω από τον άξονα των z - $R_z(\theta)$



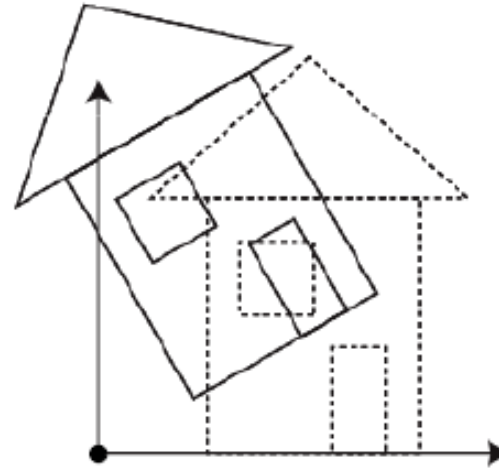
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

3Δ Περιστροφή (Rotation)

$$\mathbf{R}_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



3Δ Περιστροφή (Rotation)

- Η συνολική περιστροφή είναι

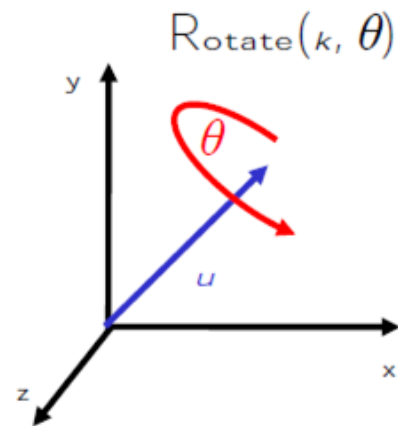
$$\mathbf{R}_{x,y,z}(\theta_x, \theta_y, \theta_z) = \mathbf{R}_x(\theta_x)\mathbf{R}_y(\theta_y)\mathbf{R}_z(\theta_z)$$

- Οι γωνίες $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ ονομάζονται γωνίες Euler

$$\mathbf{R}_x(\theta_x)\mathbf{R}_y(\theta_y)\mathbf{R}_z(\theta_z) \neq \mathbf{R}_z(\theta_z)\mathbf{R}_y(\theta_y)\mathbf{R}_x(\theta_x)$$

Περιστροφή σε τυχαίο άξονα

- About (u_x, u_y, u_z) , a unit vector on an arbitrary axis



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x u_x (1-c) + c & u_z u_x (1-c) - u_z s & u_x u_z (1-c) + u_y s & 0 \\ u_y u_x (1-c) + u_z s & u_z u_x (1-c) + c & u_y u_z (1-c) - u_x s & 0 \\ u_z u_x (1-c) - u_y s & u_y u_z (1-c) + u_x s & u_z u_z (1-c) + c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

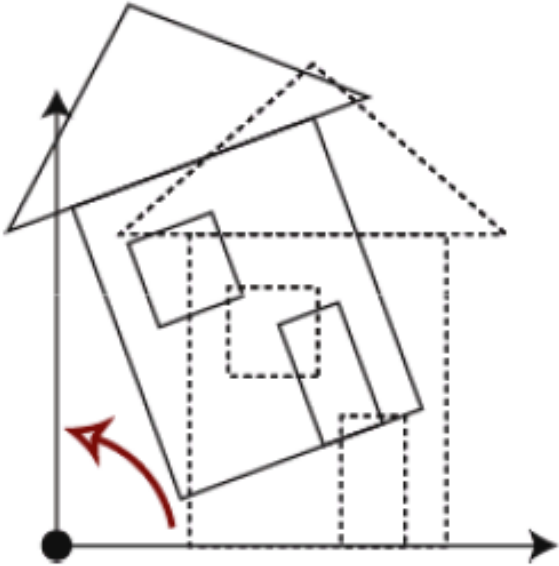
where $c = \cos \theta$ & $s = \sin \theta$

Αντίστροφη Περιστροφή

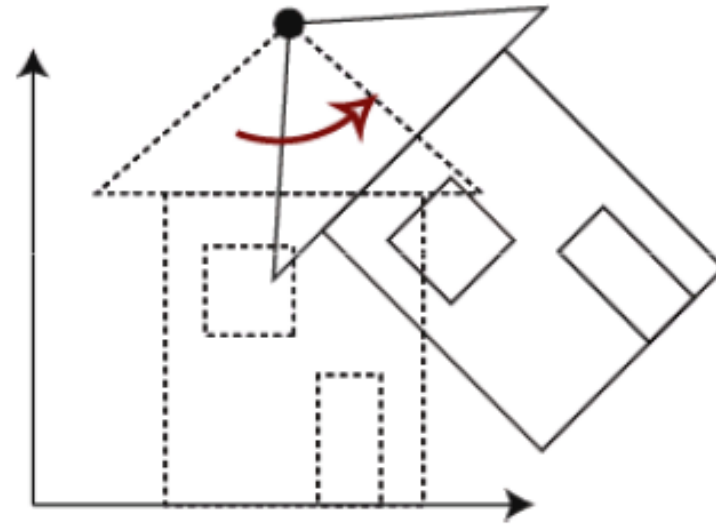
- Η αντίστροφη περιστροφή μπορεί να γίνει υπολογίζοντας τον **ανάστροφο** πίνακα

$$\mathbf{R}(\mathbf{a}, \theta)^{-1} = \mathbf{R}(\mathbf{a}, \theta)^T$$

Περιστροφή σε ένα σημείο

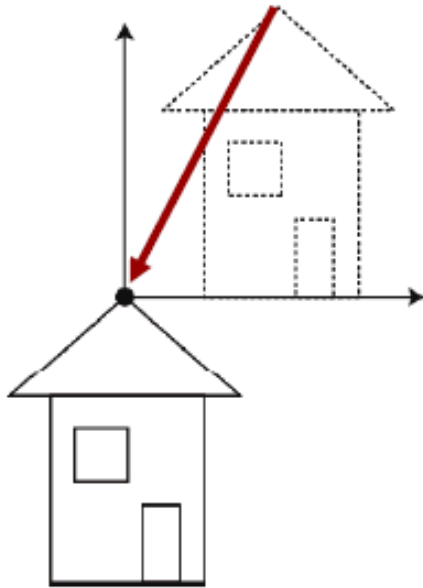


Rotation around
origin

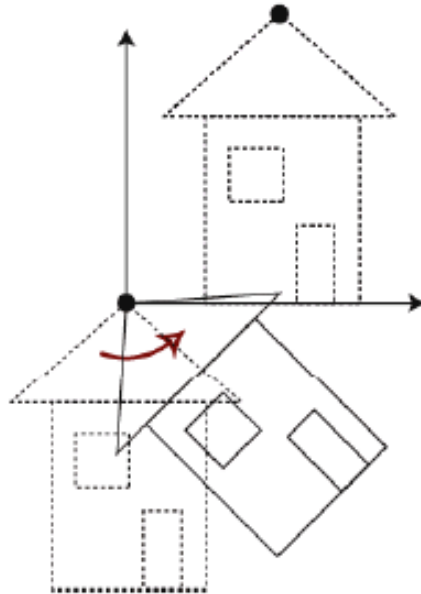


Rotation with
pivot

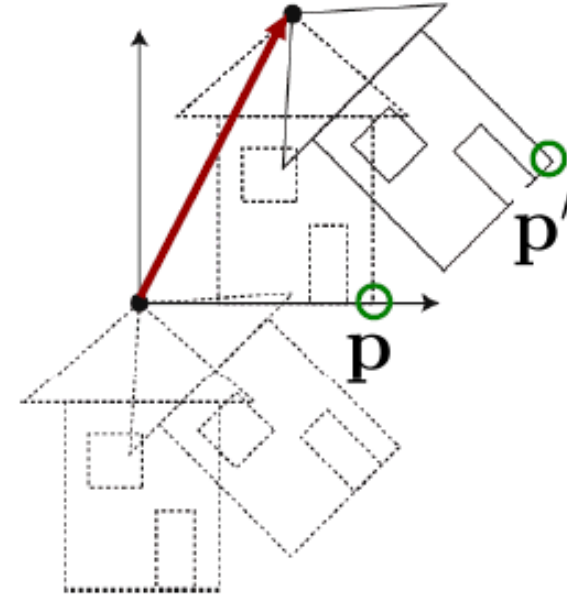
Περιστροφή σε ένα σημείο



1. Translation T



2. Rotation R

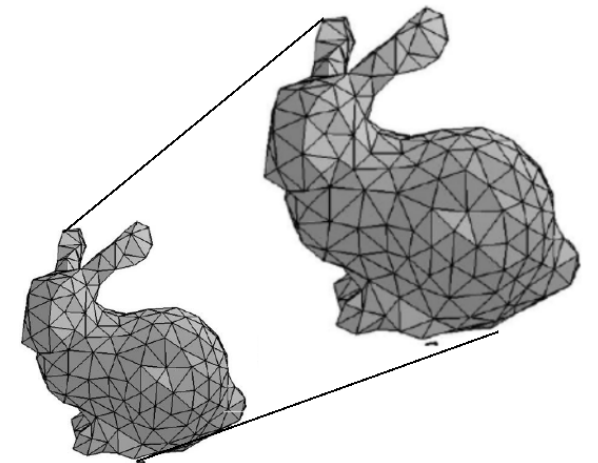


3. Translation T^{-1}

$$p' = T^{-1}RTp$$

Εφαρμόζοντας μαζί πολλούς μετασχηματισμούς

- Μπορούμε να εφαρμόσουμε τους προαναφερθέντες μετασχηματισμούς για να μεταφέρουμε, να κλιμακώσουμε και να περιστρέψετε τις κορυφές των αντικειμένων.
- Κι αν θέλουμε έναν συνδυασμό πολλών τέτοιων μετασχηματισμών;

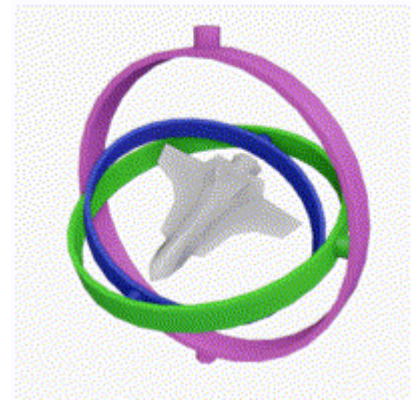


Προσθέτοντας όλα αυτά μαζί

- R είναι τα στοιχεία της περιστροφής και της κλιμάκωσης,
- T είναι τα στοιχεία της μετακίνησης

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & R_3 & T_1 \\ R_4 & R_5 & R_6 & T_2 \\ R_7 & R_8 & R_9 & T_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3Δ Περιστροφή: Προβλήματα – *Gimbal Lock*



- Πρόβλημα παρουσιάζεται όταν δύο από τους άξονες περιστροφής ευθυγραμμίζονται. Αυτό ονομάζεται «**Gimbal Lock**».
- Το κλείδωμα των αξόνων είναι ένα βασικό πρόβλημα κατά την αναπαράσταση 3Δ περιστροφής με γωνίες Euler ή σταθερές γωνίες.
- Φαινόμενο κατά το οποίο δύο άξονες περιστροφής ενός αντικειμένου ευθυγραμμίζονται.
 - Ένας βαθμό ελευθερίας χάνεται
 - Με απλά λόγια, σημαίνει ότι το αντικείμενο δεν θα περιστρέφεται όπως νομίζετε ότι θα περιστρέφεται.
- **Λύση:** Χρήση άλλου συστήματος (π.χ., quaternions)

