

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ  
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΕΠΛ342: Βάσεις Δεδομένων

Εαρινό Εξάμηνο 2013

Φροντιστήριο 09 - ΛΥΣΕΙΣ

Συναρτησιακές εξαρτήσεις και Κανονικοποίηση

**Άσκηση 1**

Θεωρείστε τα ακόλουθα σύνολα συναρτησιακών εξαρτήσεων:

$F = \{X \rightarrow Y, XY \rightarrow W, Z \rightarrow XW, Z \rightarrow S\}$  και  $G = \{X \rightarrow YW, Z \rightarrow XS\}$ . Είναι ισοδύναμα;

Are the sets F and G equivalent?

**Απάντηση:**

Για να δείξουμε ισοδυναμία πρέπει να αποδείξουμε ότι το G καλύπτεται από το F και ότι το F καλύπτεται από το G.

To show equivalence, we prove that G is covered by F and F is covered by G.

Απόδειξη ότι το G καλύπτεται από το F:

Proof that G is covered by F:

$X^+ = \{X, Y, W\}$  (σε σχέση με το F), το οποίο καλύπτει το  $X \rightarrow YW$  στο G

with respect to F, which covers  $X \rightarrow YW$  in G

$Z^+ = \{Z, X, W, S, Y\}$  (σε σχέση με το F), το οποίο καλύπτει το  $Z \rightarrow XS$  στο G

with respect to F, which covers  $Z \rightarrow XS$  in G

Απόδειξη ότι το F καλύπτεται από το G:

Proof that F is covered by G:

$X^+ = \{X, Y, W\}$  (σε σχέση με το G), το οποίο καλύπτει το  $X \rightarrow Y$  στο F

with respect to G, which covers  $X \rightarrow Y$  in F

$XY^+ = \{X, Y, W\}$  (σε σχέση με το G), το οποίο καλύπτει το  $XY \rightarrow W$  στο F

with respect to G, which covers  $XY \rightarrow W$  in F

$Z^+ = \{Z, X, S, Y, W\}$  (σε σχέση με το G), το οποίο καλύπτει το  $Z \rightarrow XW$  και  $Z \rightarrow S$  στο F

with respect to G, which covers  $Z \rightarrow XW$  and  $Z \rightarrow S$  in F

**Άσκηση 2**

Θεωρείστε το σύνολο συναρτησιακών  $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, DE \rightarrow F, A \rightarrow E\}$ . Από αυτό το σύνολο προκύπτει η εξάρτηση  $AB \rightarrow F$ ;

Is  $AB \rightarrow F$  covered by F?

### Απάντηση

$$\left. \begin{array}{l} AB \rightarrow C \\ C \rightarrow D \end{array} \right\} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} AB \rightarrow D \\
 \left. \begin{array}{l} A \rightarrow E \\ BE \rightarrow E \end{array} \right\} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} AB \rightarrow BE \stackrel{(3)}{\Rightarrow} AB \rightarrow E \\
 \left. \begin{array}{l} AB \rightarrow D \\ AB \rightarrow E \end{array} \right\} \stackrel{(5)}{\Rightarrow} AB \rightarrow DE \stackrel{(3)}{\Rightarrow} AB \rightarrow F \\
 \left. \begin{array}{l} DE \rightarrow F \end{array} \right\}$$

### Άσκηση 3

Θεωρείστε το σύνολο συναρτησιακών  $F = \{A \rightarrow C, C \rightarrow D, DE \rightarrow F, B \rightarrow E\}$ . Από αυτό το σύνολο προκύπτει η εξάρτηση a)  $AB \rightarrow F$  και b)  $CB \rightarrow F$ ;

Is a)  $AB \rightarrow F$  and b)  $CB \rightarrow F$  covered by F?

### Απάντηση

$$a) \left. \begin{array}{l} A \rightarrow C \\ C \rightarrow D \end{array} \right\} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} A \rightarrow D \stackrel{(6)}{\Rightarrow} AE \rightarrow F \stackrel{(6)}{\Rightarrow} AB \rightarrow F \\
 \left. \begin{array}{l} DE \rightarrow F \\ B \rightarrow E \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} DE \rightarrow F \\ C \rightarrow D \end{array} \right\} \stackrel{(6)}{\Rightarrow} CE \rightarrow F \stackrel{(3)}{\Rightarrow} CB \rightarrow F \\
 \left. \begin{array}{l} B \rightarrow E \\ CB \rightarrow CE \end{array} \right\} \stackrel{(2)}{\Rightarrow}$$

### Άσκηση 4

Αποδείξτε ή διαψεύστε (με αντιπαράδειγμα) τους ακόλουθους κανόνες:

Prove or disprove the following:

$$a. \left. \begin{array}{l} AB \rightarrow C \\ B \rightarrow D \end{array} \right\} \models AD \rightarrow C$$

$$b. \left. \begin{array}{l} A \rightarrow C \\ B \rightarrow C \end{array} \right\} \models A \rightarrow B$$

### Απάντηση:

a) Διάψευση (Disproof):

$$t1 = \quad a1 \quad b1 \quad c1 \quad d1$$

$$t2 = \quad a1 \quad b2 \quad c2 \quad d1$$

Οι πιο πάνω πλειάδες ικανοποιούν τους κανόνες  $AB \rightarrow C, B \rightarrow D$  αλλά όχι τον  $AD \rightarrow C$

The above two tuples satisfy  $AB \rightarrow C$  and  $B \rightarrow D$  but do not satisfy  $AD \rightarrow C$

b) Διάψευση (Disproof):

$$t1 = \quad a1 \quad b1 \quad c1$$

$$t2 = \quad a1 \quad b2 \quad c1$$

Οι πιο πάνω πλειάδες ικανοποιούν τους κανόνες  $A \rightarrow C, B \rightarrow C$  αλλά όχι τον  $A \rightarrow B$

The above two tuples satisfy  $A \rightarrow C$  and  $B \rightarrow C$  but do not satisfy  $A \rightarrow B$

### Άσκηση 5

Θεωρείστε το ακόλουθο σχήμα  $R = \{O, P, Q, R, S, T, U, X, Y, Z\}$  και το σύνολο συναρτησιακών εξαρτήσεων  $F = \{XY \rightarrow Z, YO \rightarrow PQ, XO \rightarrow RS, X \rightarrow T, S \rightarrow U\}$ . Πιο είναι το

κλειδί του R? Αποσυνθέστε το R σε σχέσεις 2NF, και μετά σε σχέσεις 3NF.  
Using the functional dependency set F, find the keys of R and then decompose R in 2NF and then 3NF

### Απάντηση:

Για να την συστηματική επίλυση αυτού του προβλήματος, μπορούμε να βρούμε πρώτα τη κλειστότητα όλων των μόνων χαρακτηριστικών για να δούμε αν κάποιο από αυτά είναι κλειδί ως εξής:

*To help in solving this problem systematically, we can first find the closures of all single attributes to see if any is a key on its own as follows:*

$X^+:\{X, T\}$ ,  $Y^+:\{Y\}$ ,  $Z^+:\{Z\}$ ,  $O^+:\{O\}$ ,  $P^+:\{P\}$ ,  $Q^+:\{Q\}$ ,  $R^+:\{R\}$ ,  $S^+:\{S, U\}$ ,  $T^+:\{T\}$ ,  $U^+:\{U\}$

Εφόσον κανένα χαρακτηριστικό από μόνο του δεν είναι κλειδί, πρέπει να δούμε αν κάποιο ζευγάρι χαρακτηριστικών είναι κλειδί:

*Since none of the single attributes is a key, we next calculate the closures of pairs of attributes that are possible keys:*

$XY^+:\{X, Y, Z, T\}$ ,  $YO^+:\{Y, O, P, Q\}$ ,  $XO^+:\{X, O, R, S, T, U\}$

Κανένα από αυτά δεν είναι κλειδί αφού οι κλειστότητες τους (κάθε μια ξεχωριστά) δεν περιλαμβάνουν όλα τα χαρακτηριστικά του R. Η ένωση τους όμως περιλαμβάνει όλα τα χαρακτηριστικά του R.

*None of these pairs are keys either since none of the closures includes all attributes. But the union of the three closures includes all the attributes:*

$XYO^+:\{X, Y, Z, O, P, Q, R, S, T\}$  Επομένως το  $XYO$  είναι κλειδί. *Hence,  $XYO$  is a key.*

Για να κανονικοποιήσουμε σε 2NF, αφαιρούμε τα χαρακτηριστικά τα οποία είναι συναρτησιακά εξαρτημένα σε μέρος του κλειδιού από το R και να τα βάλουμε σε ξεχωριστές σχέσεις, μαζί με το μέρος του κλειδιού στο οποίο εξαρτώνται (χωρίς όμως να το αφαιρούμε από την αρχική σχέση την οποία από εδώ και μπρος την ονομάζουμε  $R_4$ ):

*To normalize into 2NF, we remove the attributes that are functionally dependent on part of the key (X, Y, or O) from R and place them in separate relations, along with the part of the key they depend on, which are copied into each of these relations but also remains in the original relation, which we call  $R_4$  below:*

Οι μερικές εξαρτήσεις που καταπατούν τον κανόνα της 2NF είναι:

*The first-level partial dependencies on the key (which violate 2NF) are:*

$XY \rightarrow ZT$ ,  $YO \rightarrow PQ$ ,  $XO \rightarrow RSTU$

Επομένως η R διασπάτε στις  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  (τα κλειδιά είναι υπογραμμισμένα):

*Hence, R is decomposed into  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  (keys are underlined):*

$R_1 = \{\underline{X}, \underline{Y}, Z, T\}$ ,  $R_2 = \{\underline{Y}, \underline{O}, P, Q\}$ ,  $R_3 = \{\underline{X}, \underline{O}, R, S, T, U\}$ ,  $R_4 = \{\underline{X}, \underline{Y}, \underline{O}\}$

Επιπρόσθετες μερικές εξαρτήσεις υπάρχουν στις  $R_1$  και  $R_3$  λόγω της  $X \rightarrow T$ . Επομένως αφαιρούμε το  $\{T\}$  (βάζοντας στο σε μια άλλη σχέση  $R_5$ ) και έτσι οι ακόλουθες σχέσεις είναι το αποτέλεσμα της διάσπασης σε 2NF.

*Additional partial dependencies exist in  $R_1$  and  $R_3$  because  $X \rightarrow T$ . Hence, we remove  $\{T\}$  into  $R_5$ , so the following relations are the result of 2NF decomposition:*

$R_1 = \{\underline{X}, Y, Z\}$ ,  $R_2 = \{\underline{Y}, O, P, Q\}$ ,  $R_3 = \{\underline{X}, O, R, S, U\}$ ,  $R_4 = \{\underline{X}, Y, O\}$ ,  $R_5 = \{\underline{X}, T\}$

*Ακολούθως πρέπει να ελέγξουμε για μεταβατικές εξαρτήσεις στις σχέσεις (οι οποίες καταπατούν τον κανόνα της 3NF)*

*Next, we check for transitive dependencies in each of the relations (which violate 3NF).*

*Μόνο η  $R_3$  έχει μια μεταβατική εξάρτηση  $XO \rightarrow S \rightarrow U$ , οπότε την διασπάμε στις  $R_{31}$  και  $R_{32}$  ως ακολούθως:*

*Only  $R_3$  has a transitive dependency  $XO \rightarrow S \rightarrow U$ , so it is decomposed into  $R_{31}$  and  $R_{32}$  as follows:*

$R_{31} = \{\underline{S}, U\}$ ,  $R_{32} = \{\underline{X}, O, R, S\}$

*Το τελικό σύνολο σχέσεων το οποίο βρίσκεται σε 3NF είναι το  $\{R_1, R_2, R_{31}, R_{32}, R_4, R_5\}$*

*The final set of 3NF relations is  $\{R_1, R_2, R_{31}, R_{32}, R_4, R_5\}$*