

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

ΕΠΛ 231: Δομές Δεδομένων και Αλγόριθμοι

Εαρινό Εξάμηνο 2013

**ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4
Σωροί, Γράφοι**

Διδάσκων Καθηγητής: Παναγιώτης Ανδρέου

**Ημερομηνία Υποβολής: 05/04/2013
Ημερομηνία Παράδοσης: 19/04/2013**

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

Σε αυτή την άσκηση καλείστε να αναλύσετε και να δημιουργήσετε δομές δεδομένων και αλγόριθμους για κάποια προβλήματα. Επιπλέον καλείστε να υπολογίσετε το χρόνο εκτέλεσης των αλγορίθμων που θα δημιουργήσετε.

Άσκηση 1 (30 μονάδες)

Ένας d-σωρός είναι παρόμοιος με ένα δυαδικό σωρό με τη διαφορά ότι κάθε κόμβος αντί δύο έχει d παιδιά.

- A. Πως μπορεί να υλοποιηθεί ένας d-σωρός χρησιμοποιώντας ένα πίνακα;
- B. Ποιο είναι το ύψος ενός d-σωρού με n στοιχεία σαν συνάρτηση των n και d;
- Γ. Να υλοποιήσετε τις διαδικασίες DeleteMin και Insert για τη δομή δεδομένων d-σωρός και να αναλύσετε τον χρόνο εκτέλεσης των διαδικασιών σας.
- Δ. Να υλοποιήσετε τη διαδικασία IncreaseKey(A, i, k) η οποία αυξάνει το κλειδί του σωρού A[i] κατά k και αναπροσαρμόζει τον σωρό A κατάλληλα.

Άσκηση 2 (20 μονάδες)

Το τετράγωνο ενός γράφου $G = (V, E)$ είναι ο γράφος $G' = (V, E')$ όπου η ακμή $(v, w) \in E'$ αν και μόνο αν υπάρχει κορυφή u τέτοια ώστε $(v, u) \in E$ και $(u, w) \in E$. Δηλαδή, ο γράφος G' περιέχει ακμή από την κορυφή v στην κορυφή w αν η απόσταση μεταξύ των κορυφών v και w στο γράφο G είναι 2. Να γράψετε δύο αποδοτικούς αλγόριθμους οι οποίοι με δεδομένο εισόδου ένα γράφο να

υπολογίζουν το τετράγωνό του. Ο πρώτος αλγόριθμος να υποθέτει υλοποίηση γράφων με πίνακα γειτνίασης, και ο δεύτερος αλγόριθμος να υποθέτει υλοποίηση γράφων με λίστα γειτνίασης. Να αναλύσετε τον χρόνο εκτέλεσης των αλγορίθμών σας.

Άσκηση 3 (20 μονάδες)

Ένας κατευθυνόμενος μη-κυκλικός γράφος ονομάζεται σύνδεσμος αν και μόνο αν, (1) υπάρχει κόμβος του γράφου από τον οποίο υπάρχουν μονοπάτια προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους του γράφου και (2) υπάρχει κόμβος του γράφου προς τον οποίο υπάρχουν μονοπάτια από όλους του υπόλοιπους κόμβους του γράφου.

- A. (α) Να δώσετε ένα παράδειγμα γράφου που είναι σύνδεσμος και ένα παράδειγμα γράφου που δεν είναι σύνδεσμος.
- B. (β) Να γράψετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου ένα γράφο υλοποιημένο με πίνακα γειτνίασης αποφασίζει κατά πόσο είναι σύνδεσμος και να υπολογίσετε τον χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου σας.

Άσκηση 4 (30 μονάδες)

Ένας μη κατευθυνόμενος γράφος $G(V, E)$ ονομάζεται διμερής (bipartite), αν το σύνολο των κόμβων του V μπορεί να χωριστεί σε $V_1 \subset V, V_2 \subset V$, έτσι ώστε $V_1 \cup V_2 = V, V_1 \cap V_2 = \emptyset$ και $\forall e(u, v) \in E$ ισχύει $u \in V_1$ και $v \in V_2$.

- A. Να δώσετε ένα παράδειγμα γράφου που είναι διμερής
- B. Να δώσετε ένα παράδειγμα γράφου που ΔΕΝ είναι διμερής.
- Γ. Να γράψετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου ένα γράφο να αποφασίζει κατά πόσο είναι διμερής. Επίσης, να υπολογίσετε τον χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου σας σε υλοποίηση με πίνακα γειτνίασης και λίστα γειτνίασης.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Οι άσκηση σας θα πρέπει να παραδοθεί σε έντυπη και ηλεκτρονική μορφή μέσω moodle στον υπεύθυνο βοηθό.
- Το όνομα του αρχείου θα ονομάζεται με τον εξής τρόπο: `ep1231.ex<αρ. άσκησης>.<ταυτότητα>.<ext>` (π.χ., `ep1231.ex3.123456.pdf`)
- Στην πρώτη σελίδα του αρχείου θα πρέπει να αναγράφεται το όνομα και η ταυτότητά σας.
- Μη τήρηση των ημερομηνιών παράδοσης των εργασιών συνεπάγεται τις ανάλογες βαθμολογικές επιπτώσεις (μέχρι τον μηδενισμό της εργασίας).
- Οι ασκήσεις θα ελέγχονται από ειδικό πρόγραμμα για την ανίχνευση των αντιγραφών. Οι αντιγραμμένες εργασίες θα μηδενίζονται και για τους

αντιγραφείς θα εφαρμόζονται οι κανόνες τού Πανεπιστημίου. Αποφύγετε λοιπόν την αντιγραφή από άλλους συναδέλφους σας, διότι έτσι εκτίθετε και αυτούς και τον εαυτό σας στον κίνδυνο μηδενισμού και πειθαρχικής δίωξης.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!