Διάλεξη 17: Συμφωνία με Βυζαντινά Σφάλματα

ΕΠΛ 432: Κατανεμημένοι Αλγόριθμοι

Τι θα δούμε σήμερα

- Βυζαντινά Σφάλματα
- Κάτω Φράγμα για Αλγόριθμους Συμφωνίας με Βυζαντινά Σφάλματα: $n > 3f$
- Αλγόριθμος Συμφωνίας με Βυζαντινά Σφάλματα

Βυζαντινά Σφάλματα

- Μια διεργασία είναι βυζαντινή όταν δεν ακολουθάει τον αλγόριθμό της και έχει αυθαίρετη/ μη ντετερμινιστική συμπεριφορά:
  - Στέλνει αυθαίρετα μηνύματα στους άλλους επεξεργαστές
  - Προσομοιώνει σφάλμα κατάρρευσης
  - Προσομοιώνει σφάλμα επανεκκίνησης

Πρόβλημα Συμφωνίας

- Κάθε επεξεργαστής έχει μια είσοδο

- Ένας αλγόριθμος επιλύει το πρόβλημα της Συμφωνίας αν μπορεί να εγγυηθεί τις πιο κάτω συνθήκες
  - ***Συνθήκη Τερματισμού***: Κάθε μη εσφαλμένος επεξεργαστής πρέπει να αποφασίσει μια τιμή
    - Η απόφαση είναι μη αντιστρέψιμη

  - ***Συνθήκη Συμφωνίας***: Όλοι οι μη εσφαλμένοι επεξεργαστές αποφασίζουν την ίδια τιμή

  - ***Συνθήκη Εγκυρότητας***: Η κοινή απόφαση πρέπει να αποτελούσε τη είσοδο κάποιου επεξεργαστή.
    - Αν όλες οι είσοδοι είναι οι ίδιες, τότε κάθε μη εσφαλμένος επεξεργαστής πρέπει να αποφασίζει την κοινή είσοδο.

Ανασκόπηση Αποτελεσμάτων

- Σύγχρονο Μοντέλο
- Το πολύ f επεξεργαστές μπορούν να είναι εσφαλμένοι
- Στενά κάτω φράγματα για το μοντέλο ανταλλαγής μηνυμάτων

	Σφάλματα Κατάρρευσης	**Βυζαντινά Σφάλματα**
Αριθμός γύρων	$f + 1$	$f + 1$
Ολικός αριθμός επεξεργαστών	$f + 1$	$3f + 1$
Μέγεθος μηνύματων	Πολυωνυμικό	Πολυωνυμικό

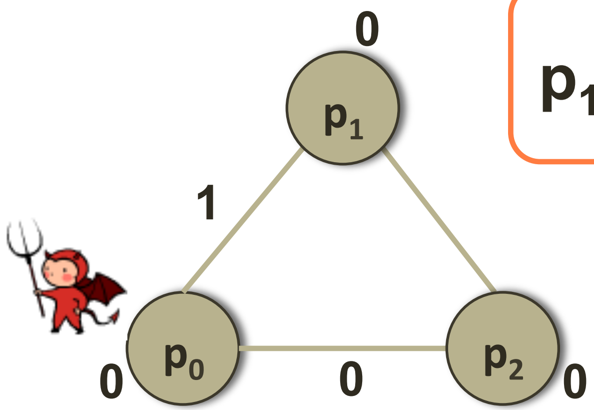
Κάτω Φράγμα στους Επεξεργαστές για *f=1*

- **Θεώρημα**: Κάθε αλγόριθμος που επιλύει το πρόβλημα της συμφωνίας και είναι ανεκτικός σε 1 Βυζαντινό σφάλμα, πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 4 επεξεργαστές

- **Απόδειξη:**
  - Υποθέτουμε για χάριν της αντίφασης ότι υπάρχει αλγόριθμος Α ο οποίος επιτυγχάνει συμφωνία μεταξύ 3 επεξεργαστών ο ένας εκ των οποίων μπορεί να είναι Βυζαντινός

Εκτέλεση α_0

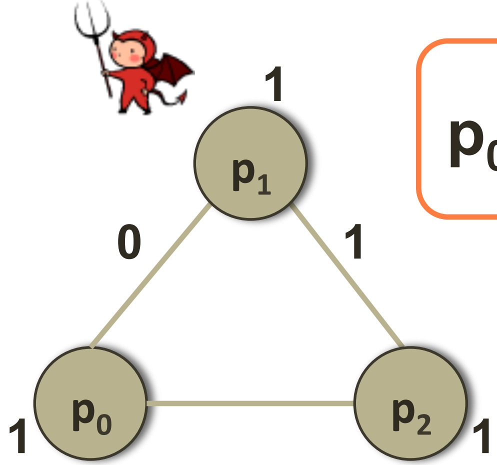
- Θεωρήστε την πιο κάτω εκτέλεση α_0 του αλγορίθμου:
  - Όλοι οι επεξεργαστές έχουν τιμή εισόδου 0
  - Ο p_0 είναι βυζαντινός και στέλνει την τιμή 0 στον p_1 και 1 στον p_2
  - Σύμφωνα με την συνθήκη εγκυρότητας οι p_1 και p_2 πρέπει να αποφασίσουν 0 σε αυτή την εκτέλεση



p_1 και p_2 αποφασίζουν 0

Εκτέλεση α_1

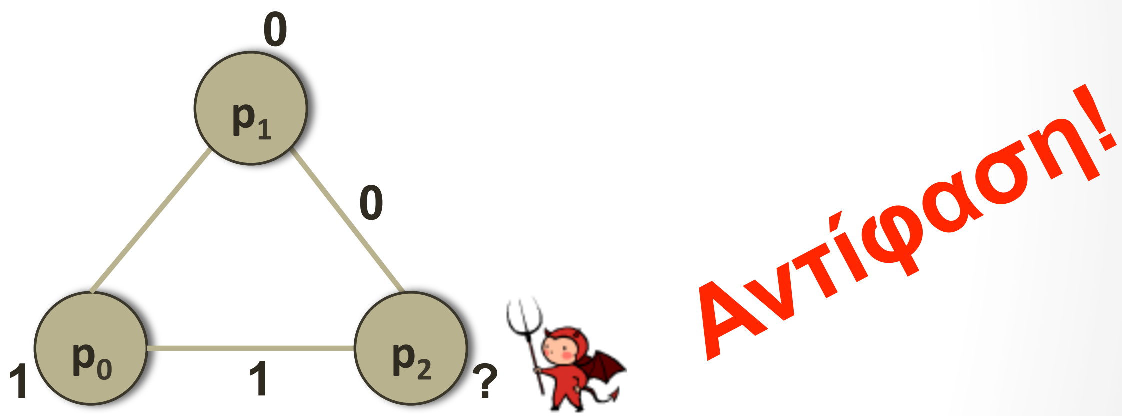
- Θεωρήστε την πιο κάτω εκτέλεση α_1 του αλγορίθμου:
  - Όλοι οι επεξεργαστές έχουν τιμή εισόδου 1
  - Ο p_1 είναι βυζαντινός και στέλνει την τιμή 1 στον p_0 και 0 στον p_2
  - Σύμφωνα με την συνθήκη εγκυρότητας οι p_0 και p_2 πρέπει να αποφασίσουν 1 σε αυτή την εκτέλεση



p_0 και p_2 αποφασίζουν 1

Εκτέλεση α_2

- Θεωρήστε την πιο κάτω εκτέλεση α_2 του αλγορίθμου:
  - Ο p_0 έχει τιμή εισόδου 1, και οι p_1 και p_2 έχουν τιμή εισόδου 0
  - Ο p_2 είναι βυζαντινός και στέλνει την τιμή 0 στον p_1 και 1 στον p_0
  - Τι τιμές θα αποφασίσουν οι p_0 και p_1;



- **οι τιμές που λαμβάνει ο p_0 στην α_2 = τιμές που έλαβε ο p_0 στην α_1 => ο p_0 αποφασίζει 0**
- **οι τιμές που λαμβάνει ο p_1 στην α_2 = τιμές που έλαβε ο p_1 στην α_0 => ο p_1 αποφασίζει 1**

Γενικοποίηση Αποτελέσματος για *f* σφάλματα

- Μπορούμε να δείξουμε ότι αν n>3 και *f* επεξεργαστές μπορεί να είναι βυζαντινοί τότε $n \geq 3f+1$

- Ιδέα απόδειξης:
  - Υποθέτουμε ότι μπορούμε να πάρουμε Συμφωνία αν $n \leq 3f$
  - Χωρίζουμε τους επεξεργαστές σε 3 σύνολα P0, P1, P2 τ.ω. κάθε σύνολο έχει $< f$ επεξεργαστές
  - Ακολούθως πέρνουμε την περίπτωση όπου n=3 και κατασκευάζουμε μια προσομοίωση όπου κάθε επεξεργαστής p_i προσομοιώνει το σύνολο των επεξεργαστών Pi
    - Από την προσομοίωση αν κάποιος επεξεργαστής είναι εσφαλμένος τότε το πολύ f επεξεργαστές θα επηρεαστούν

Εκθετικός Αλγόριθμος Δέντρου

- Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί
  - *f+1* γύρους (βέλτιστος)
  - $n = 3f + 1$ επεξεργαστές (βέλτιστος)
  - Εκθετικά μεγάλα μηνύματα (υπο-βέλτιστο)

- Κάθε επεξεργαστής διατηρεί ένα δέντρο

- Το δέντρο γεμίζει τιμές κατά τους f+1 γύρους

- Οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται για υπολογισμό της απόφασης του κάθε επεξεργαστή

Δενδρική Δομή

- Κάθε κόμβος έχει μια μοναδική ετικέτα μιας ακολουθία επεξεργαστών

- Η ρίζα δεν έχει ετικέτα και βρίσκεται στο επίπεδο 0

- Η ρίζα έχει n παιδιά με ετικέτες από 0 - n-1

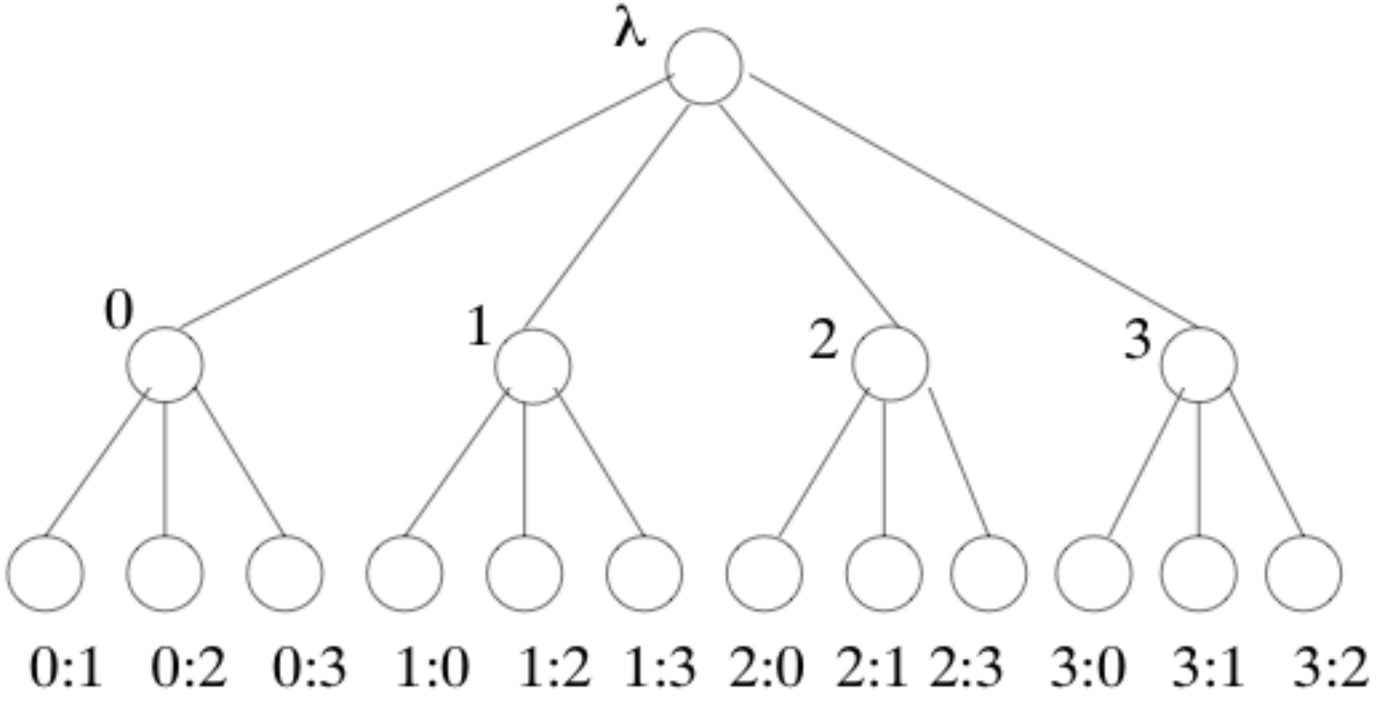
- Κάθε παιδί i έχει n-1 παιδιά με ετικέτες i:0 μέχρι i:n-1 (χωρίς να περιλαμβάνει το i:i)

- Κάθε κόμβος στο επίπεδο d με ετικέτα v έχει n-d παιδιά με ετικέτες v:0 μέχρι v:n-1 (χωρίς να περιλαμβάνουμε οποιοδήποτε επεξ. που αναφέρεται στο v)

- Οι κόμβοι στο επίπεδο f+1 είναι φύλλα

Παράδειγμα

- Δέντρο όταν n = 4 και f=1



Ανάθεση τιμών στους Κόμβους

- Κάθε επεξ. αποθηκεύει την τιμή εισόδου στην ρίζα (επίπεδο 0)

- Γύρος 1
  - Στείλε την τιμή στο επίπεδο 0 σε όλους
  - Αποθήκευσε κάθε τιμή x που λαμβάνεις από κάθε επεξεργαστή p_j στον κόμβο του δέντρου με ετικέτα j (επίπεδο 1)
    - Αν δεν λάβεις μήνυμα από τον p_j χρησιμοποίησε μια default τιμή (π.χ. 0)
  - Εξήγηση: «ο p_j μου είπε ότι η είσοδός του είναι x»

- Γύρος 2
  - Στείλε την τιμή στο επίπεδο 1 σε όλους
  - Αποθήκευσε κάθε τιμή x που λαμβάνεις από κάθε επεξεργαστή p_j για κάθε κόμβο του δέντρου του k στον κόμβο του δέντρου με ετικέτα k:j (επίπεδο 2)
    - Αν δεν λάβεις μήνυμα από τον p_j χρησιμοποίησε μια default τιμή (π.χ. 0)
  - Εξήγηση: «ο p_j μου είπε ότι ο p_k είπε στον p_j ότι η είσοδός του p_k είναι x»

- Συνέχισε για f+1 γύρους

Υπολογισμός Απόφασης

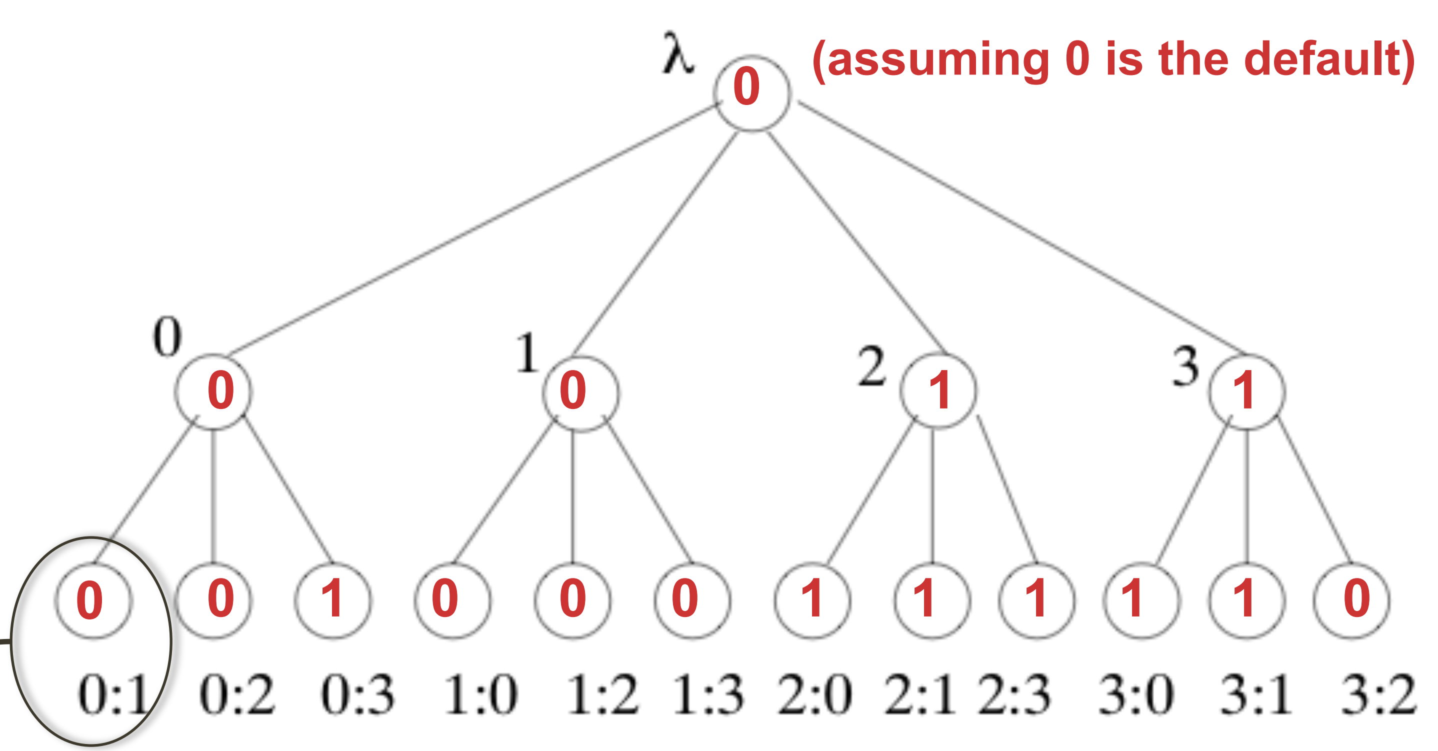
- Στο γύρο f+1, κάθε επεξεργαστής χρησιμοποιεί τις τιμές που αποθήκευσε στο δέντρο του για να υπολογίσει την απόφασή του

- Αναδρομικά υπολογίζουμε την νέα τιμή της ρίζας resolve(λ) βάση των υπολογισμένων τιμών στα πιο κάτω επίπεδα

$$\texttt{resolve}(\pi) = \begin{cases} \text{Τιμή του κόμβου } \pi \text{ αν είναι φύλλο} \\ \text{πλειοψηφία}\{\text{resolve}(\pi') : \pi' \text{ είναι παιδί του } \pi\} \text{ αλλιώς την default τιμή (ισοπαλία)} \end{cases}$$

Παράδειγμα

- Δέντρο όταν n = 4 και f=1



ο p_1 μου είπε ότι ο p_0 είπε στον p_1 ότι η είσοδός του p_0 είναι 0

Ορθότητα

- **Τερματισμός**: Κάθε επεξεργαστής εκτελεί f+1 γύρους.
- **Εγκυρότητα**: Έγκειται στο γεγονός ότι ο βαθμός κάθε εσωτερικού κόμβου είναι τουλάχιστον 2f+1 άρα η πλειοψηφία είναι μη-εσφαλμένοι επεξεργαστές
  - Κάθε κόμβος σε επίπεδο d έχει n-d παιδιά
  - Υπάρχουν f+1 επίπεδα
- **Συμφωνία**: Η ιδέα εδώ είναι να δείξουμε ότι όλοι οι μη εσφαλμένοι επεξεργαστές θα υπολογίσουν την ίδια τιμή στους κοινούς τους κόμβους.
  - Αυτό θα τους οδηγήσει τελικά σε μια κοινή τιμή στη ρίζα.

Ερωτήσεις;