

Διάλεξη 11: Αιτιότητα – Διάταξη Γεγονότων

ΕΠΛ 432: Κατανεμημένοι Αλγόριθμοι



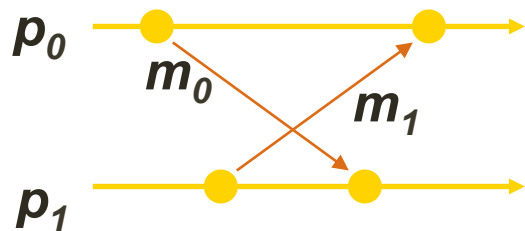
Τι θα δούμε σήμερα

- Ορισμός του «Πριν-Από» (Happens-Before)
- Λογικά Ρολόγια
 - Αλγόριθμος Χρονοσφραγίδων του Lamport
- Διανυσματικά Ρολόγια

Γιατί χρειαζόμαστε λογικά ρολόγια;

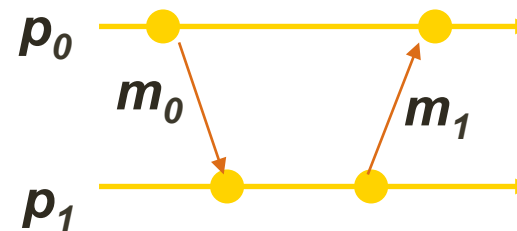
- Τα Ασύγχρονα Συστήματα συχνά μας εμποδίζουν να καταλάβουμε τη σειρά με την οποία συνέβησαν δυο γεγονότα:

Παράδειγμα A



Στο Παράδειγμα A, οι επεξεργαστές **δεν μπορούν** να καταλάβουν πιο μήνυμα στάλθηκε πρώτο. Πιθανόν να μην είναι σημαντικό.

Παράδειγμα B



Στο Παράδειγμα B, οι επεξεργαστές **μπορούν** να καταλάβουν πιο μήνυμα στάλθηκε πρώτο. Πιθανόν να είναι σημαντικό.

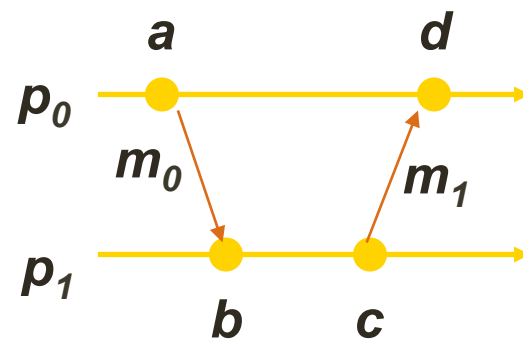
Μπορούμε να καθορίσουμε την σχετική σειρά κάποιων (όχι όλων) των γεγονότων;

Ορισμός σχέσης «Πριν Από» –Μερική Διάταξη

- Δεδομένης μια εκτέλεσης, λέμε ότι ένα γεγονός a συμβαίνει πριν-από ένα γεγονός β , και συμβολίζεται με $a \rightarrow \beta$, αν
 - a και β συμβαίνουν στον ίδιο επεξεργαστή και a προηγείται του β
 - Χρονική διάταξη
 - ή
 - το a περιλαμβάνει την αποστολή ενός μηνύματος M και το β περιλαμβάνει την λήψη του M
 - ή
 - Υπάρχει κάποιο γεγονός γ τέτοιο ώστε $a \rightarrow \gamma$ και $\gamma \rightarrow \beta$
 - Κλειστότητα Μεταβατικότητας

Ορισμός σχέσης «Πριν Από» –Μερική Διάταξη

- Με άλλα λόγια η σχέση «πριν από» δείχνει ότι μπορεί να υπάρξει ροή πληροφορίας από το a στο b , δηλ. το a μπορεί να δημιουργήσει (αιτιολογήσει) το b



$a \rightarrow b$

$b \rightarrow c$

$c \rightarrow d$

$a \rightarrow c$

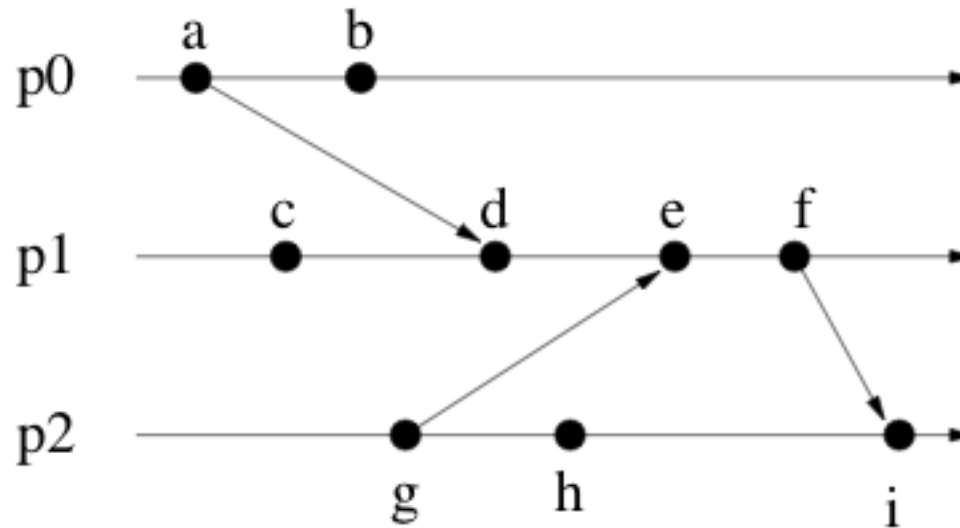
$a \rightarrow d$

$b \rightarrow d$

Ταυτόχρονα Γεγονότα

- Δύο γεγονότα α και β είναι **ταυτόχρονα** αν το α δεν συμβαίνει πριν-από το β , και το β δεν συμβαίνει πριν-από το α .
- Αν τα γεγονότα α και β είναι ταυτόχρονα τότε συμβολίζονται με
– $\alpha || \beta$

Παράδειγμα



Κανόνας 1: $a \rightarrow b, c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f, g \rightarrow h, i$

Κανόνας 2: $a \rightarrow d, g \rightarrow e, f \rightarrow i$

Κανόνας 3: $a \rightarrow e, c \rightarrow i, \dots$

Ταυτόχρονα Γεγονότα: $h \parallel e, c \parallel b, a \parallel c, \dots$

Λογικά Ρολόγια

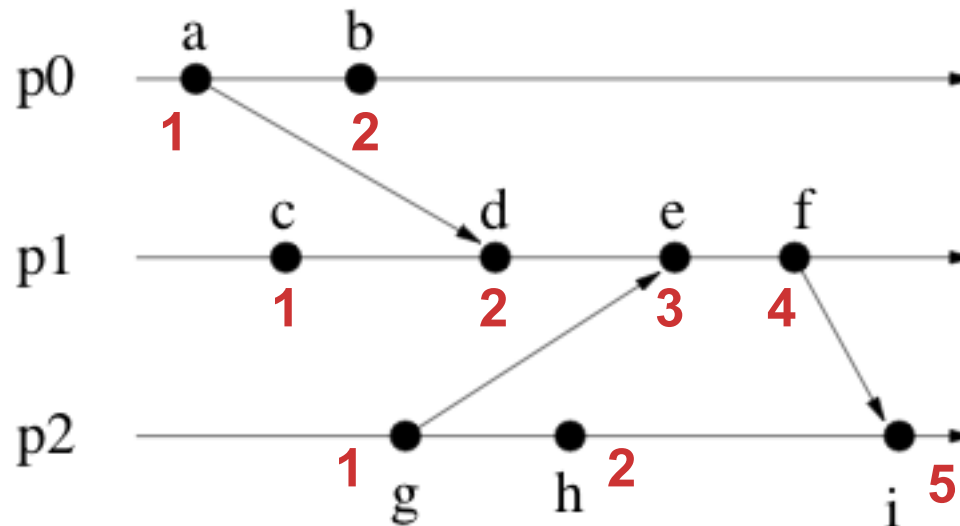
- **Ορισμός:** **Λογικά Ρολόγια** είναι **τιμές** που ανατίθενται στα γεγονότα για να μας **προσφέρουν πληροφορία σχετικά με την διάταξη των γεγονότων**
- **Στόχος:**
 - Ανάθεσε κάποιο **ακέραιο $L(e)$** σε κάθε γεγονός e σε κάποια εκτέλεση τέτοιο ώστε:

$$\text{Αν } a \rightarrow b, \text{ τότε } L(a) < L(b)$$

Λογικές Χρονοσφραγίδες Lamport

- Αλγόριθμος Χρονοσφραγίδας στον p_i :
 - Όρισε ένα μετρητή (**λογική χρονοσφραγίδα**) L_i , που είναι αρχικά 0
 - Συμπεριέλαβε την χρονοσφραγίδα σου L_i σε κάθε μήνυμα που στέλνεις
 - Σε κάθε υπολογιστικό βήμα θέσε
$$L_i = \max(L_i, \max(L_m)) + 1$$
 - Όπου L_i η τιμή της τοπικής χρονοσφραγίδας στην αρχή του βήματος
 - Και $\max(L_m)$ η μεγαλύτερη χρονοσφραγίδα στα μηνύματα που παρέλαβε ο p_i σε αυτό το βήμα
 - Αν a είναι ένα γεγονός στο p_i , ανάθεσε στο $L(a)$ την τιμή του L_i με το τέλος του a .

Παράδειγμα



$$a \rightarrow b : L(a) = 1 < 2 = L(b)$$

$$f \rightarrow i : L(f) = 4 < 5 = L(i)$$

$$a \rightarrow e : L(a) = 1 < 3 = L(e)$$

κτλ.

Ολική Διάταξη

- Ολική Διάταξη: Διέταξε και τα γεγονότα για τα οποία δεν ισχύει η σχέση «πριν-από».
- Αν θέλουμε ολική διάταξη των γεγονότων, τότε χρησιμοποιούμε τις **ταυτότητες για να σπάσουμε τις συμμετρίες**
 - Στο παράδειγμα, $L(a) = (1,0)$, $L(c) = (1,1)$
- Οι νέες χρονοσφραγίδες **ταξινομούνται λεξικογραφικά**
 - $(L_i, i) > (L_j, j)$ if
 - $L_i > L_j$, or
 - $L_i = L_j$ and $i > j$
 - Στο παράδειγμα $L(a) > L(c)$

Μειονέκτημα των Λογικών Ρολογιών

- Η σχέση \rightarrow με τη σχέση $<$ δεν είναι διπλής κατεύθυνσης
 - Το $a \rightarrow b$ υπονοεί ότι $L(a) < L(b)$
 - Το $L(a) < L(b)$ δεν υπονοεί απαραίτητα ότι $a \rightarrow b$
 - Π.χ. $L(g) = 1$ και $L(b) = 2$, αλλά το g δεν συμβαίνει «πριν από» το b
- Αυτό συμβαίνει γιατί
 - Η σχέση «πριν-από» είναι μια μερική διάταξη
 - Οι ακέραιες τιμές των λογικών ρολογιών είναι ολικά διατεταγμένες.

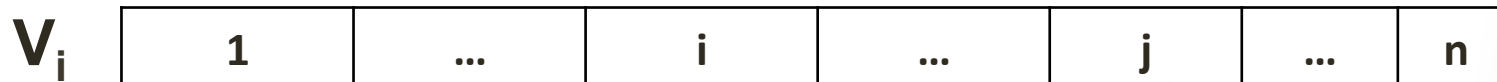
Διανυσματικά Ρολόγια

- Ιδέα: Κράτα τις χρονοσφραγίδες όλων των επεξεργαστών σε ένα διάνυσμα.
- Γενικοποίηση λογικών ρολογιών προσφέροντας:
 - Πληροφορία αιτιότητας (εξαρτώμενα γεγονότα)
 - Πληροφορία μη-αιτιότητας (ανεξάρτητα γεγονότα)
- Ανάθεσε μια τιμή $V(e)$ σε κάθε υπολογιστικό βήμα σε μια εκτέλεση, τέτοιο ώστε

$$a \rightarrow b \text{ εαν και μόνο εαν } V(a) < V(b)$$

Διανυσματικές Χρονοσφραγίδες

- Κάθε επεξεργαστής κράτα ένα n -διαστασεων διάνυσμα V_i όπου όλες οι θέσεις του είναι αρχικά 0
- Η θέση j στο V_i συμβολίζει μια εκτίμηση από τον p_i για τα πόσα υπολογιστικά βήματα έκανε ο p_j
 - Η θέση i κρατάει τα βήματα που έκανε ο ίδιος ο p_i



Πόσα
βήματα
έκανε ο p_j ?

Αλγόριθμος Διανυσματικών Χρονοσφραγίδων

- Αλγόριθμος στον p_i :

- Συμπεριέλαβε το V_i σε κάθε μήνυμα που στέλνεις
- Σε κάθε υπολογιστικό βήμα αύξησε το $V_i[i]$ κατά 1
- Όταν λάβεις μήνυμα με διάνυσμα T , ενημέρωσε τα στοιχεία $j \neq i$ του V_i , έτσι ώστε

$$V_i[j] = \max(T[j], V_i[j])$$

- Αν a είναι ένα γεγονός στο p_i , ανάθεσε στο $V(a)$ την τιμή του V_i με το τέλος του a .

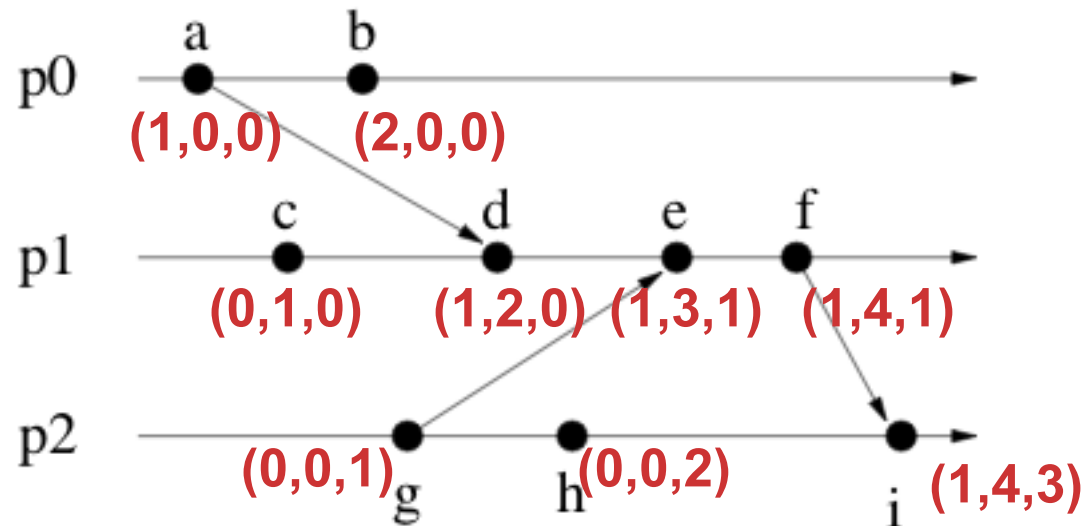
Σύγκριση Διανυσματικών Χρονοσφραγίδων

- Υποθέτουμε ότι V και W δυο διανύσματα με n ακέραιους.
- **Ισότητα:** $V = W$ αν και μόνο αν $V[i] = W[i]$ για όλα τα i .
 - Παράδειγμα: $(3,2,4) = (3,2,4)$
- **Μικρότερο ή Ίσο:** $V \leq W$ αν και μόνο αν $V[i] \leq W[i]$ για όλα τα i .
 - Παράδειγμα: $(2,2,3) \leq (3,2,4)$ και $(3,2,4) \leq (3,2,4)$
- **Μικρότερο:** $V < W$ αν και μόνο αν $V \leq W$ αλλά $V \neq W$.
 - Παράδειγμα: $(2,2,3) < (3,2,4)$
- **Ασύγκριτα:** $V \parallel W$ αν και μόνο αν $!(V \leq W)$ και $!(W \leq V)$.
 - Παράδειγμα: $(3,2,4) \parallel (4,1,4)$

Προσοχή

- Η μερική διάταξη των n -διανυσμάτων που μόλις ορίσαμε δεν είναι το ίδιο με την λεξικογραφική διάταξη.
- Λεξικογραφική Διάταξη: Ολική διάταξη στο διάνυσμα
- Παράδειγμα $(3,2,4)$ με $(4,1,4)$
 - $(3,2,4) < (4,1,4)$ βάση λεξικογραφικής σύγκρισης
 - $(3,2,4) || (4,1,4)$ βάση μερικής διάταξης διανυσμάτων

Παράδειγμα



$V(g) = (0,0,1)$ και $V(b) = (2,0,0)$, είναι ασύγκριτα.
Στα λογικά ρολόγια $L(g) = 1$ και $L(b) = 2$.

Ορθότητα Διανυσματικών Χρονοσφραγίδων

- Θεώρημα: Οι διανυσματικές χρονοσφραγίδες κατασκευάζουν διανυσματικά ρολόγια
- Απόδειξη: Με έλεγχο περιπτώσεων
 - Πρέπει να δείξουμε ότι $a \rightarrow b$ αν και μόνο αν $V(a) < V(b)$
 - Πρώτα θα δείξουμε ότι αν $a \rightarrow b$ τότε $V(a) < V(b)$
 - Περίπτωση 1: a και b συμβαίνουν στο p_i
 - Αφού το V_i αυξάνεται σε κάθε βήμα τότε
$$V(a)[i] < V(b)[i]$$
 - Επίσης για κάθε $j \neq i$ το $V(b)[j]$ αλλάζει μόνο αν λάβει διαάνυσμα με μεγαλύτερο στοιχείο στη θέση j . Επομένως:
$$V(a)[j] \leq V(b)[j], \text{ για κάθε } j \neq i$$

Ορθότητα Διανυσματικών Χρονοσφραγίδων

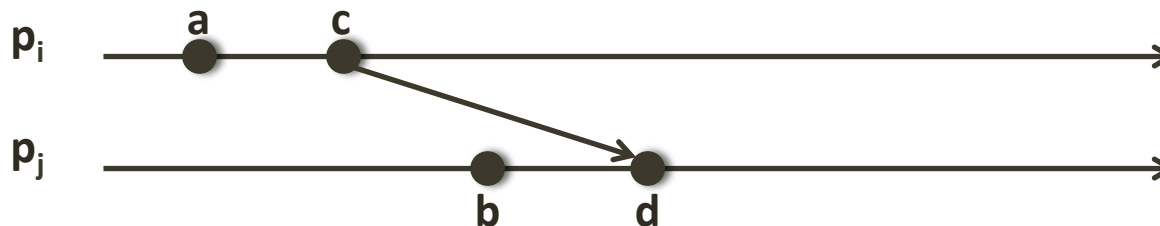
- Περίπτωση 2:
 - Το a συμβαίνει στο p_i και έχει ως αποτέλεσμα την αποστολή του μηνύματος M
 - Το b συμβαίνει στο p_j και περιλαμβάνει την παραλαβή του του M
 - Με την παραλαβή του M στο b ο p_j ενημερώνει το διάνυσμά του
$$V(a) \leq V(b)$$
 - Ο p_i ποτέ δεν υπερεκτιμά τα βήματα που έκανε ο p_j . Επομένως αφού ο p_j αυξάνει το $V_j[j]$ πριν την εκτέλεση του b τότε:
$$V(a)[j] < V(b)[j]$$
 - Αφού $V(a) \leq V(b)$ και $V \neq W$ τότε $V(a) < V(b)$

Ορθότητα Διανυσματικών Χρονοσφραγίδων

- Περίπτωση 3:
 - Υπάρχει c τέτοιο ώστε $a \rightarrow c$ και $c \rightarrow b$
 - Αναλόγως αν το c εκτελείται από τον p_i ή όχι, τότε από τις Περιπτώσεις 1 και 2 έπεται ότι:
$$V(a) < V(c)$$
 - Παρόμοια πέρνουμε ότι
$$V(c) < V(b)$$
 - Από την μεταβατικότητα της σχέσης $<$, έπεται ότι $V(a) < V(b)$

Ορθότητα Διανυσματικών Χρονοσφραγίδων

- Παραμένει να δείξουμε ότι αν $V(a) < V(b)$ τότε $a \rightarrow b$
 - Ισοδύναμο με το να δείξουμε ότι αν $\neg(a \rightarrow b)$ τότε $\neg(V(a) < V(b))$
 - Ας υποθέσουμε ότι $V(a)[i] = k$
 - Αφού το a δεν συμβαίνει πριν-από το b τότε δεν υπάρχει μήνυμα από το k -οστο ή μεγαλύτερο βήμα που να στέλνεται από τον p_i και να φτάνει στον p_j πριν το b .



- Άρα $V(b)[i] < k$
- Επομένως $\neg(V(a) < V(b))$

Μέγεθος Διανυσματικών Χρονοσφραγίδων

- Κάθε διάνυσμα είναι μεγάλο:
 - Αποθηκεύει n στοιχεία
 - Η τιμές κάθε κελιού μεγαλώνουν χωρίς όριο
- Υπάρχει καλύτερος τρόπος να αναπαραστήσουμε τη διανυσματικά ρολόγια;
- ΟΧΙ
 - Τουλάχιστον αν θεωρήσουμε ότι τα διανύσματα περιέχουν πραγματικούς αριθμούς

Ερωτήσεις;

