

## Διάλεξη 3: Αλγόριθμοι σε Γράφους II

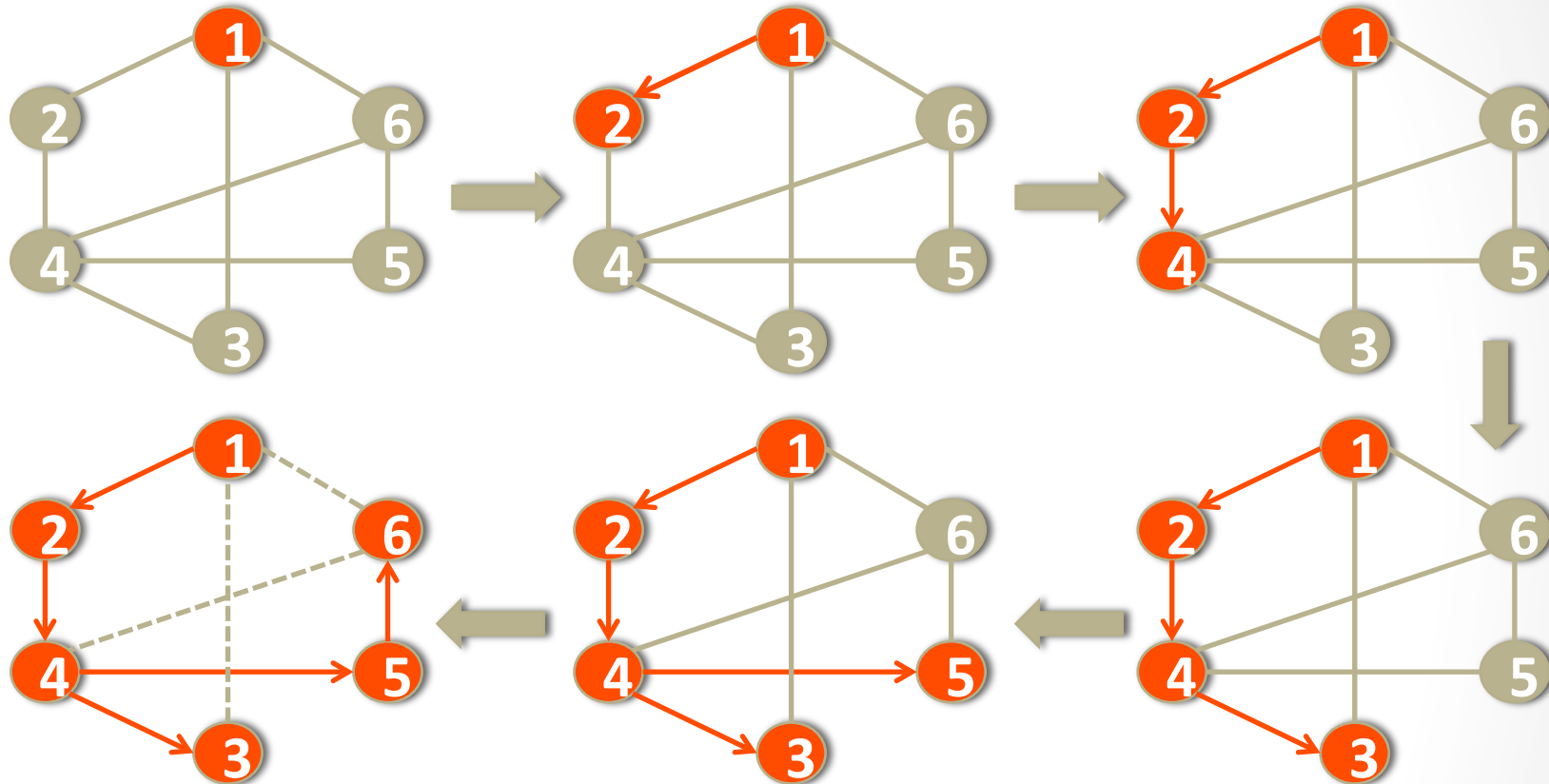
ΕΠΛ 432: Κατανεμημένοι Αλγόριθμοι



# Τι θα δούμε σήμερα

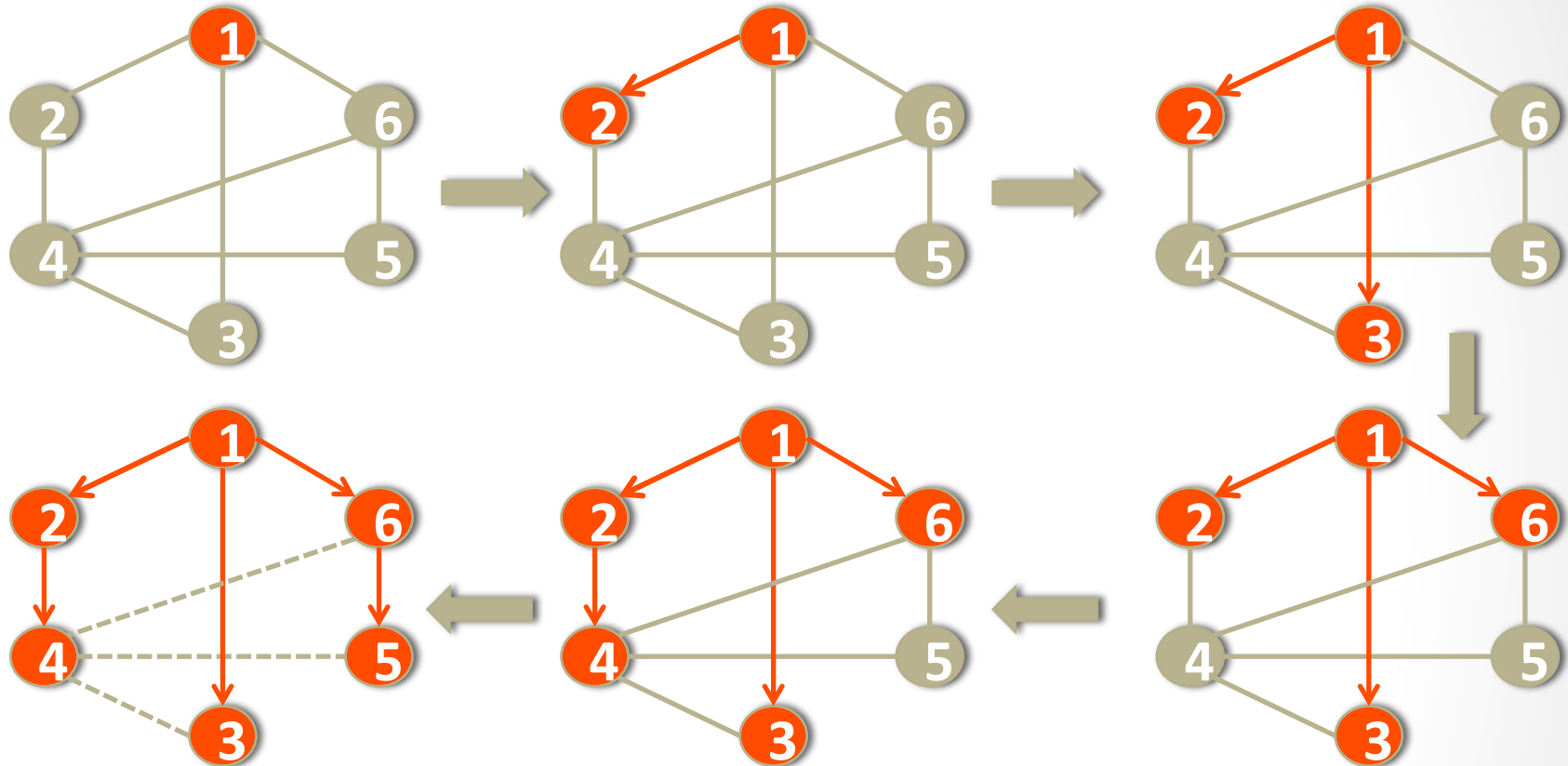
- Κατασκευή ΓΔ – Γνωστή Ρίζα
- Κατασκευή ΓΔ Κατά Βάθος Αναζήτησης - Γνωστή Ρίζα
- Κατασκευή ΓΔ – Άγνωστη Ρίζα

# Κατά Βάθος Αναζήτηση (DFS) σε Γράφο



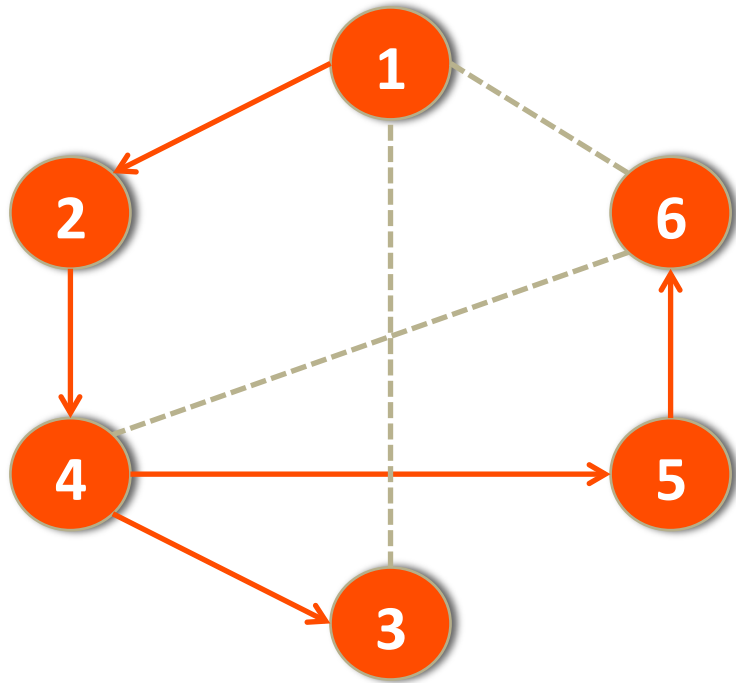
- Ιδέα: Αναζήτησε το πιο απομακρυσμένο «απόγονο» πριν προχωρήσεις στο επόμενο γείτονα

# Κατά Πλάτος Αναζήτηση (BFS) σε Γράφο

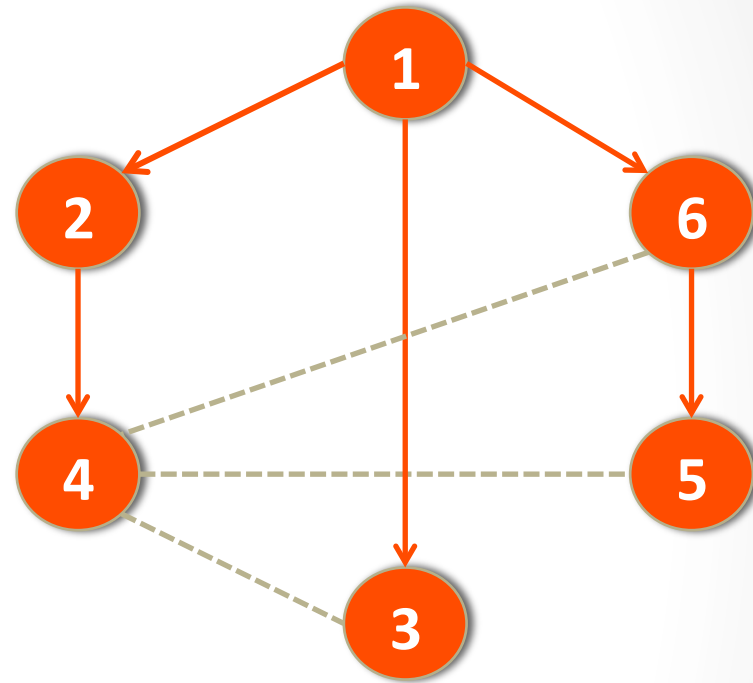


- Ιδέα: Αναζήτησε τους γείτονές σου και μετά τους «απογόνους» σου.

# DFS vs BFS



ΓΔ Αναζήτησης Κατά Βάθος  
(DFS)



ΓΔ Αναζήτησης Κατά Πλάτος  
(BFS)

# Κατασκευή ΓΔ με Γνωστή Ρίζα

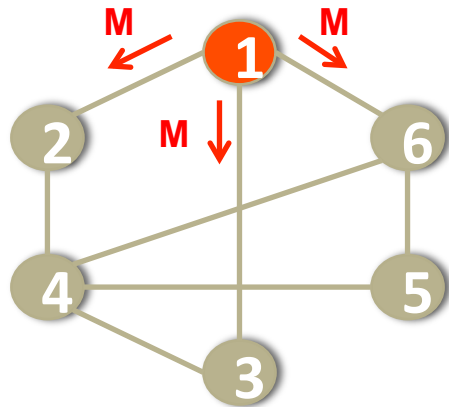
- **Στόχος:** Κατασκευή ΓΔ. Υποθέτουμε ότι όλοι οι επεξεργαστές γνωρίζουν τον επεξεργαστή που θα είναι η ρίζα.
- **Μοντέλο Επικοινωνίας:** Ανταλλαγή Μηνυμάτων
- **Μοντέλο Χρονισμού:** Ασύγχρονο/Σύγχρονο Μοντέλο
- **Σφάλματα:** Κανένα
  
- Αρχική Κατάσταση Επεξεργαστή (Μεταβλητές)
  - **γονέας:** αρχικά κενό
  - **παιδιά:** αρχικά κενό
  - **τερματισμός:** αρχικά FALSE
  - **ρίζα:** αρχικά η ταυτότητα του επεξεργαστή-ρίζα

# Κατασκευή ΓΔ με Γνωστή Ρίζα

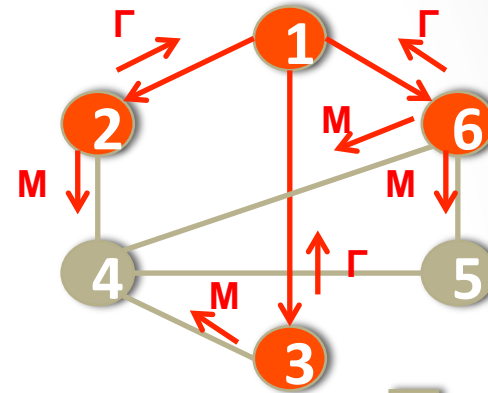
- Αλγόριθμος

- Η ρίζα στέλνει το μήνυμα M στους γείτονές της
- Αν **μη-ριζικός** επεξεργαστής λάβει το M για **πρώτη φορά**
  - θέσε **γονέας** = αποστολέας
  - στείλε μήνυμα **«γονέας»** στον αποστολέα
  - στείλε το μήνυμα M σε όλους τους γείτονές σου
- Αν ξαναλάβεις το μήνυμα M
  - Στείλε μήνυμα **«απόρριψη»** στον αποστολέα
- Θέσε ως **παιδιά** όσους απάντησαν με μήνυμα «γονέας»
- Μόλις πάρεις απαντήσεις από όλους τους γείτονές σου θέσε **τερματισμός=TRUE**

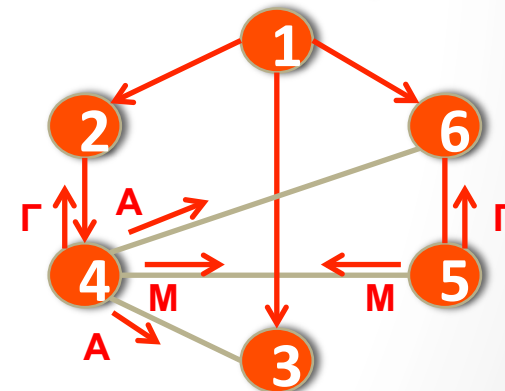
# Εκτέλεση Αλγόριθμου: Σύγχρονη



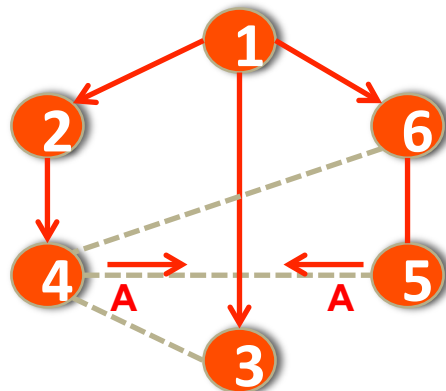
Γύρος1



Γύρος2



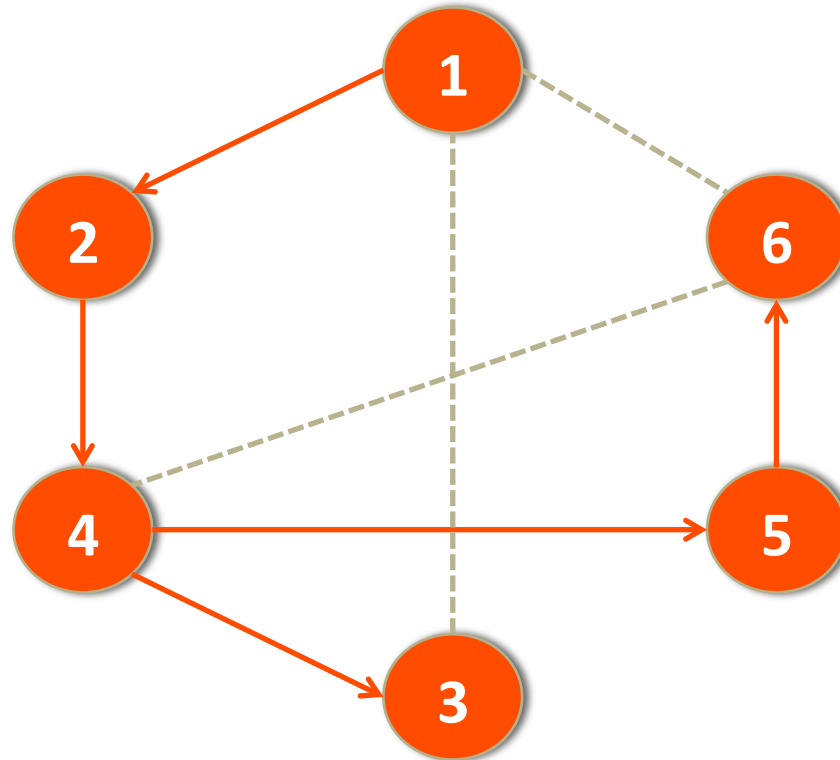
Γύρος3



**BFS Γεννητορικό Δέντρο**

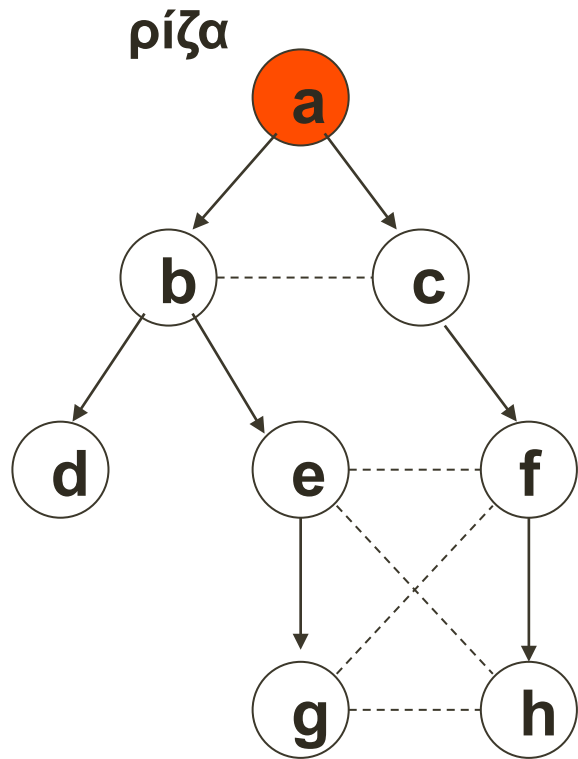


# Εκτέλεση Αλγόριθμου: Άσυγχρονη

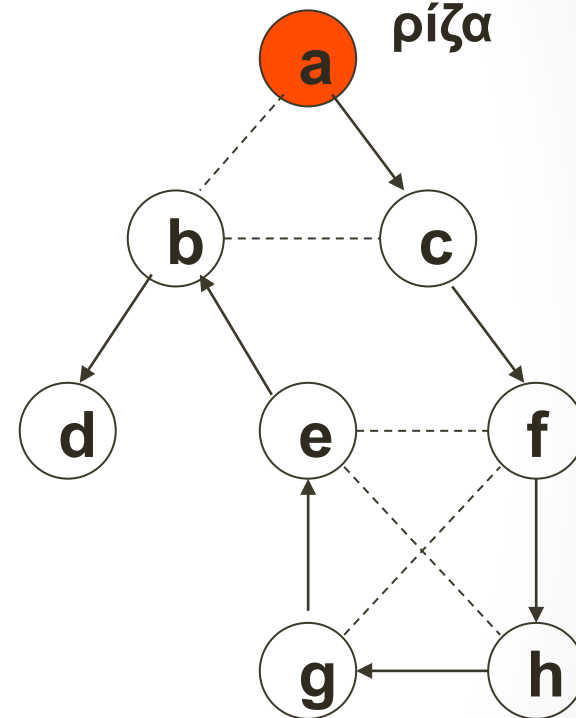


**Μπορεί να δημιουργήσει  
DFS Γεννητορικό Δέντρο**

# Παρατήρηση I

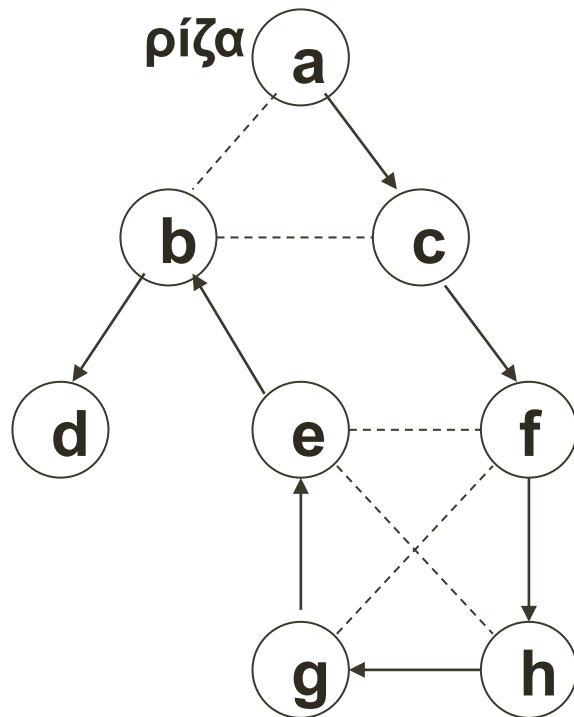


**Σύγχρονο: πάντα δίνει  
BFS δέντρο**

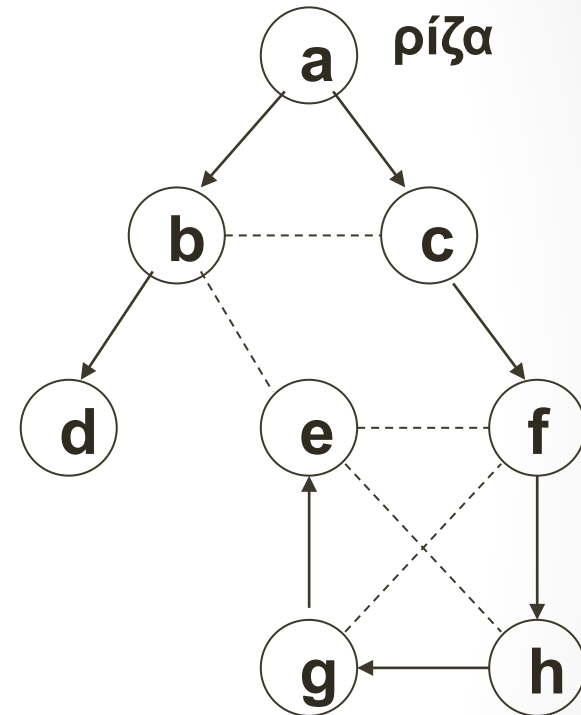


**Ασύγχρονο: μπορεί να  
μην δώσει BFS δέντρο**

# Παρατήρηση II



**ΟΧΙ!**



Η ασύγχρονη εκτέλεση έδωσε ένα DFS δέντρο. Μπορούμε να εγγυηθούμε αυτή την ιδιότητα;

Κάποια ασύγχρονη εκτέλεση μπορεί να δώσει το πιο πάνω δέντρο: ούτε BFS ή DFS

# Πολυπλοκότητα Αλγορίθμου

- **Ασύγχρονο Μοντέλο**
  - **Χρονική**: ίση με τη διάμετρο  $O(\text{diam}(G))$  του γράφου ( $\text{diam}(G)+1$ )
  - **Μηνυμάτων**: Το πολύ  $2m$  άρα  $O(m)$  όπου  $m$  οι ακμές του γράφου
    - Δύο μηνύματα σε κάθε ακμή του γράφου.
- **Σύγχρονο Μοντέλο**
  - Η ίδια χρονική/μηνυμάτων πολυπλοκότητα με το ασύγχρονο μοντέλο.

# Κατασκευή DFS ΓΔ - Γνωστή Ρίζα

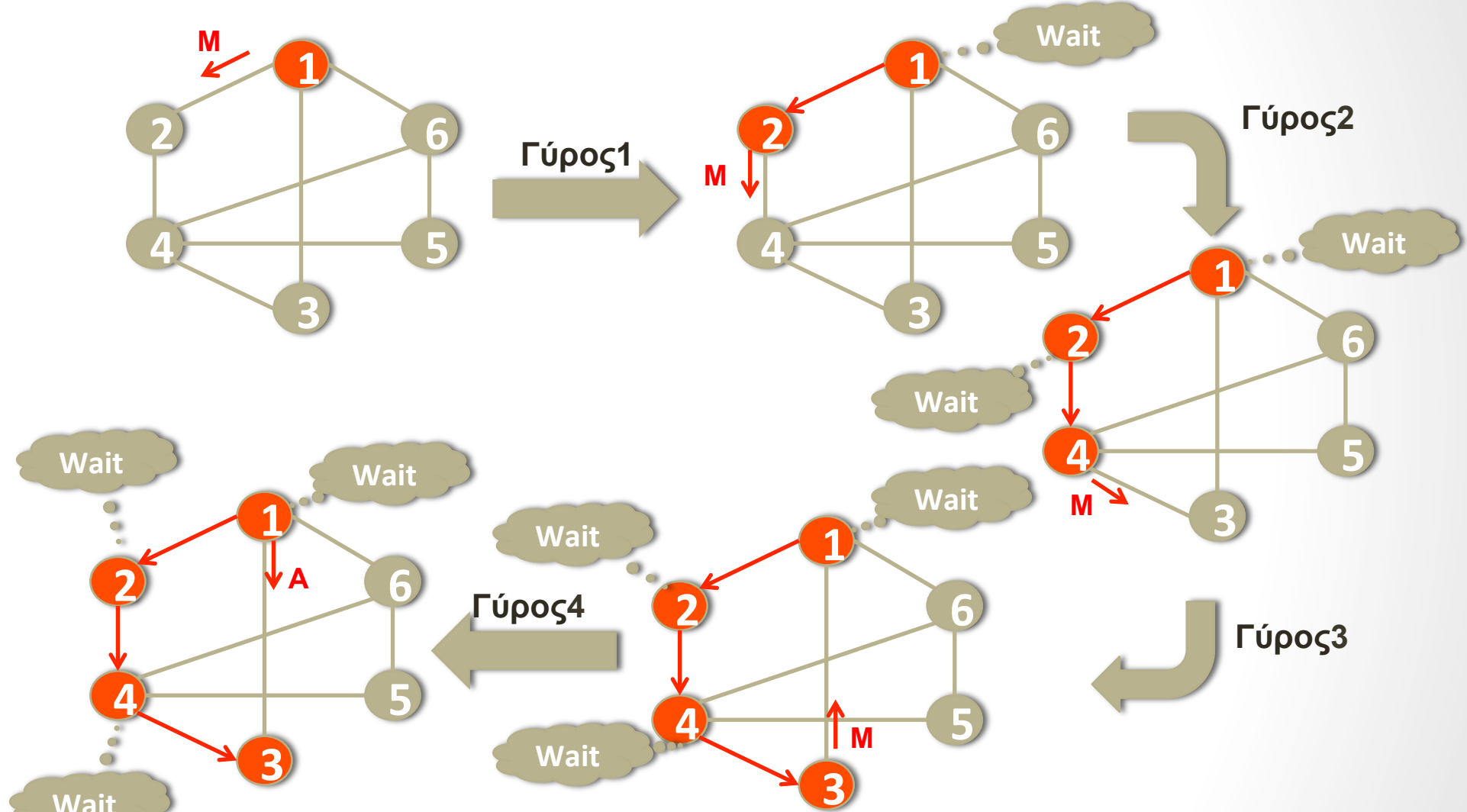
- **Στόχος:** Κατασκευή ΓΔ **Αναζήτησης Κατά Βάθος**. Υποθέτουμε ότι όλοι οι επεξεργαστές γνωρίζουν τον επεξεργαστή που θα είναι η ρίζα.
- **Μοντέλο Επικοινωνίας:** Ανταλλαγή Μηνυμάτων
- **Μοντέλο Χρονισμού:** Ασύγχρονο/Σύγχρονο Μοντέλο
- **Σφάλματα:** Κανένα
- Αρχική Κατάσταση Επεξεργαστή (Μεταβλητές)
  - **γονέας:** αρχικά κενό
  - **παιδιά:** αρχικά κενό
  - **τερματισμός:** αρχικά FALSE
  - **ρίζα:** αρχικά η ταυτότητα του επεξεργαστή-ρίζα

# Κατασκευή DFS ΓΔ με Γνωστή Ρίζα

- Αλγόριθμος (Αντίστοιχος με τον Ακολουθιακό αλγόριθμο)

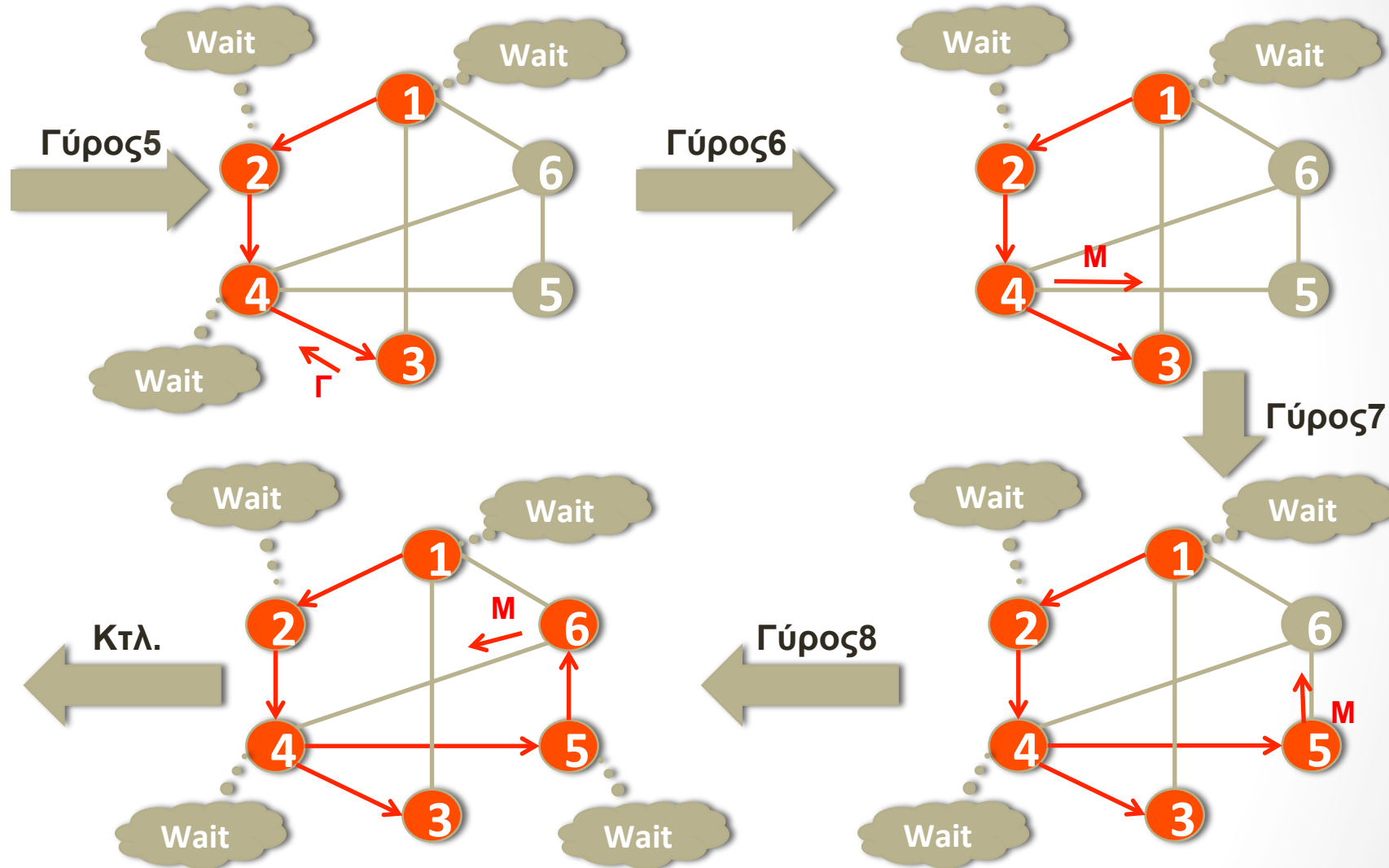
- Αν είσαι η ρίζα ή παρέλαβες το μήνυμα M κάνε τα ακόλουθα
  - θέσε **γονέας** = αποστολέας (αν δεν είσαι η ρίζα)
  - για κάθε γείτονά σου (εκτός από τον γονέα)
    - στείλε το μήνυμα M
    - Περίμενε μέχρι να λάβεις το μήνυμα «**γονέας**» ή το μήνυμα «**απόρριψη**»
  - Στείλε το μήνυμα «**γονέας**» στο γονέα σου
- Αν ξαναλάβεις το μήνυμα M
  - Στείλε μήνυμα «**απόρριψη**» στον αποστολέα
- Θέσε ως **παιδιά** όσους απάντησαν με μήνυμα «γονέας»
- Μόλις πάρεις απαντήσεις από όλους τους γείτονές σου θέσε **τερματισμός**=TRUE

# Εκτέλεση Αλγόριθμου: Σύγχρονη



**DFS Γεννητορικό Δέντρο**

# Εκτέλεση Αλγόριθμου: Σύγχρονη





# Πολυπλοκότητα Αλγορίθμου

- **Ασύγχρονο Μοντέλο**
  - **Χρονική:**  $O(m)$ 
    - Ελέγχουμε όλες τις ακμές σε σειρά
  - **Μηνυμάτων:**  $O(m)$ 
    - Σταθερό αριθμό μηνυμάτων σε κάθε ακμή του γράφου.
- **Σύγχρονο Μοντέλο**
  - Η ίδια χρονική/μηνυμάτων πολυπλοκότητα με το ασύγχρονο μοντέλο.

# Κατασκευή ΓΔ με Άγνωστη Ρίζα

- **Στόχος:** Κατασκευή ΓΔ. Υποθέτουμε ότι η ρίζα δεν είναι γνωστή αλλά όλοι **οι επεξεργαστές έχουν ταυτότητες**.
  - Χωρίς ταυτότητες το πρόβλημα είναι αλγοριθμικά άλυτο
- **Μοντέλο Επικοινωνίας:** Ανταλλαγή Μηνυμάτων
- **Μοντέλο Χρονισμού:** Ασύγχρονο/Σύγχρονο Μοντέλο
- **Σφάλματα:** Κανένα
- Αρχική Κατάσταση Επεξεργαστή (Μεταβλητές)
  - **γονέας:** αρχικά κενό
  - **παιδιά:** αρχικά κενό
  - **τερματισμός:** αρχικά FALSE
  - **ρίζα:** αρχικά η ταυτότητα του ίδιου του επεξεργαστή

# Κατασκευή ΓΔ με Άγνωστη Ρίζα

- Ιδέα Αλγορίθμου

- Κάθε επεξεργαστής τον αλγόριθμο κατασκευής ΓΔ αναζήτησης κατά βάθος, θεωρώντας τον εαυτό του ως την ρίζα.
- Σε κάθε μήνυμα βάζουμε την ταυτότητα του επεξεργαστή που ξεκίνησε το αντίγραφο
- Αν δυο αντίγραφα συγκρουστούν, νικά το αντίγραφο με την μεγαλύτερη ταυτότητα

- Τελικά ο επεξεργαστής με την μεγαλύτερη ταυτότητα παραμένει η ρίζα του δέντρου.

# Πολυπλοκότητα Αλγορίθμου

- **Ασύγχρονο Μοντέλο**
  - **Χρονική:**  $O(m)$ 
    - Ελέγχουμε όλες τις ακμές σε σειρά
  - **Μηνυμάτων:**  $O(nm)$ 
    - Όλοι στέλνουν προς όλες τις ακμές
- **Σύγχρονο Μοντέλο**
  - Η ίδια χρονική/μηνυμάτων πολυπλοκότητα με το ασύγχρονο μοντέλο.

# Ερωτήσεις;

