

## Διάλεξη 2: Αλγόριθμοι σε Γράφους I

ΕΠΛ 432: Κατανεμημένοι Αλγόριθμοι

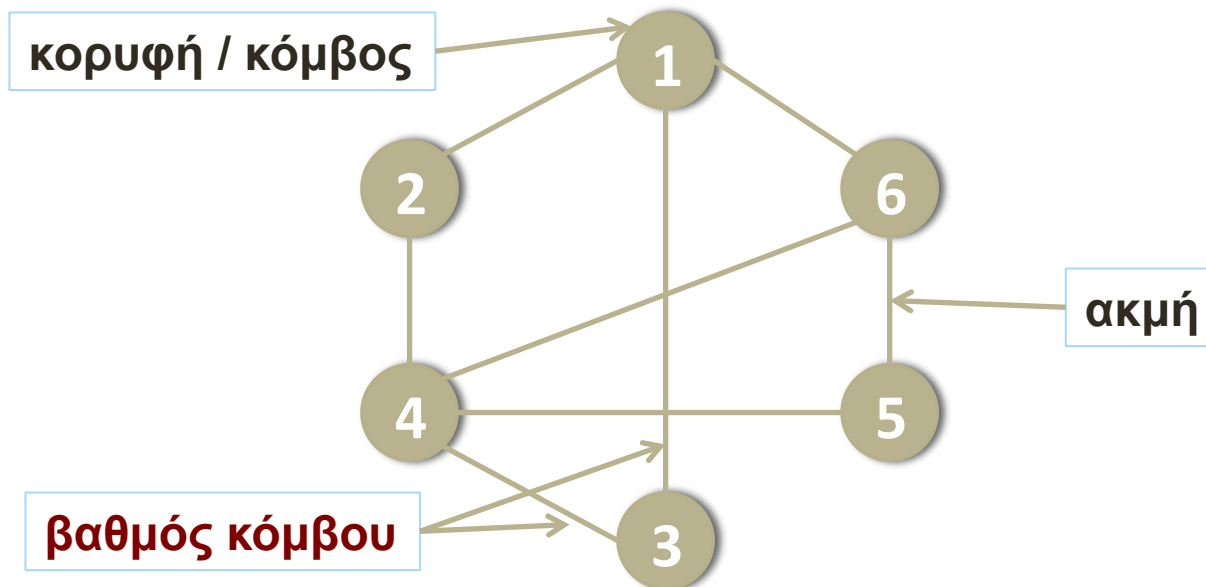


# Τι θα δούμε σήμερα

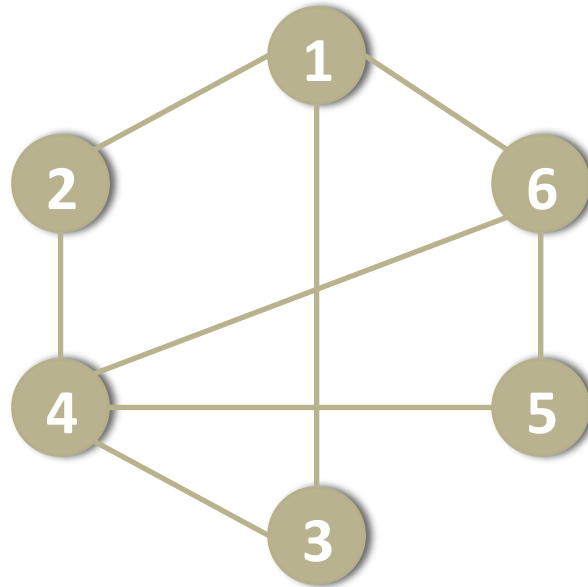
- Γραφήματα - Δέντρα
- Διάχυση Μηνύματος σε Γεννητορικό Δέντρο (ΓΔ)
- Συλλογή Μηνυμάτων σε ΓΔ

# Γραφήματα (Γράφοι)

**Γράφημα:** Ένα σύνολο σημείων και ένα σύνολο γραμμών που συνδέουν τα σημεία μεταξύ τους.

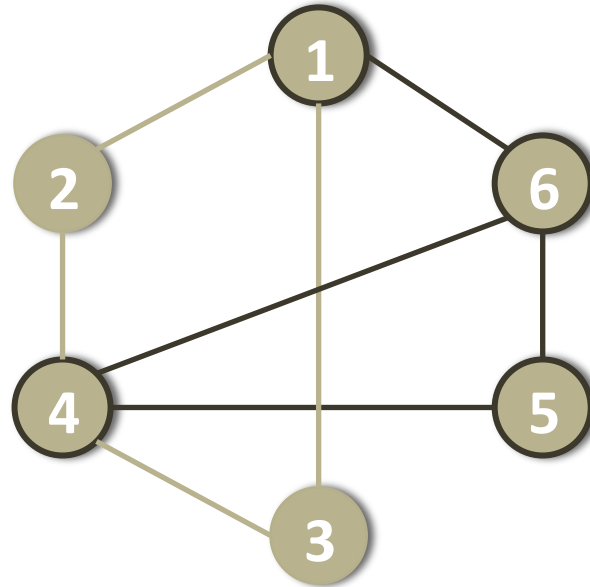


# Μη Κατευθυνόμενο γράφημα



- $G = (V, E)$ 
  - $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - $E = \{(1,2), (1,3), (1,6), (2,4), (4,5), (4,6), (4,3)\}$

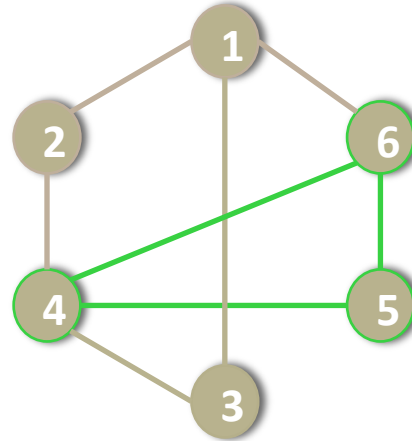
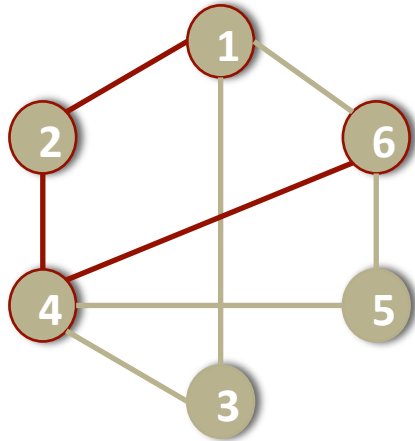
# Υπογράφημα



- $H = (V_h, E_h)$  υπογράφημα του  $G = (V, E)$ :

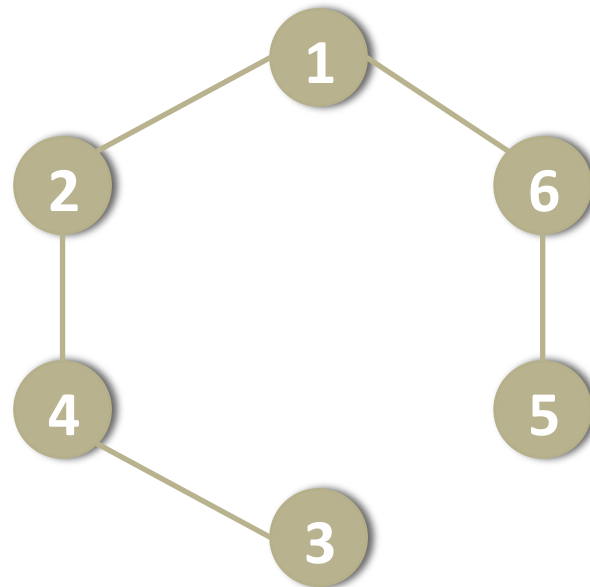
$$V_h \subseteq V \text{ and } E_h \subseteq E$$

# Διαδρομές και Κύκλοι



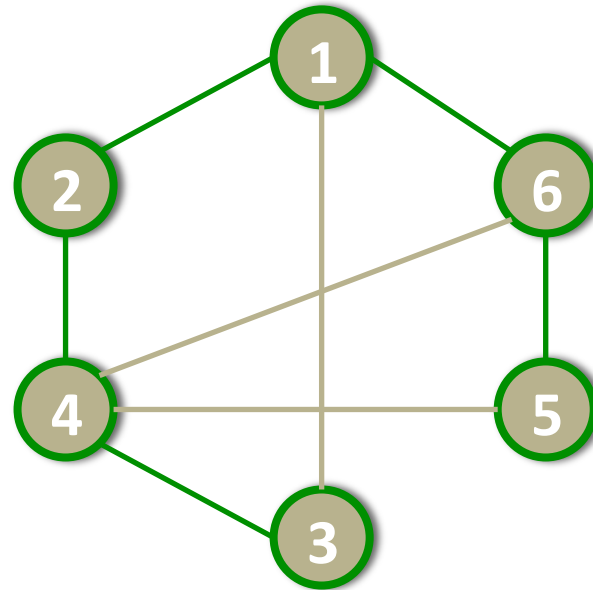
- **Διαδρομή:** Ακολουθία ενωμένων διαδοχικά κόμβων
  - **Απλή Διαδρομή:** κάθε κόμβος εμφανίζεται μια φορά
- **Διάμετρος:** Η **μακρύτερη μικρότερη διαδρομή** μεταξύ οποιονδήποτε δύο ακμών
- **Κύκλος:** Διαδρομή που αρχίζει και τελειώνει στον ίδιο κόμβο
  - **Απλός κύκλος:** Κάθε κύκλος που περιέχει 3 τουλάχιστον
- **Συνδεδεμένο Γράφημα:** Κόμβοι συνδέονται ανα 2 μέσω κάποιας διαδρομής

# Δέντρο



- Το γράφημα **χωρίς** κύκλους
- Ρίζα και φύλλα

# Γεννητορικό Δέντρο



- $T = (V_t, E_t)$  γεννητορικό δέντρο του γράφου  $G = (V, E)$   
αν  $V_t = V$  και  $E_t \subseteq E$



# Διάχυση Μηνύματος σε ΓΔ με Ρίζα

- **Στόχος:** Μεταφορά μηνύματος M σε όλους τους κόμβους του ΓΔ
- **Μοντέλο Επικοινωνίας:** Ανταλλαγή Μηνυμάτων
- **Μοντέλο Χρονισμού:** Ασύγχρονο/Σύγχρονο Μοντέλο
- **Σφάλματα:** Κανένα
- Αρχική Κατάσταση Επεξεργαστή (Μεταβλητές)
  - **γονέας:** αρχικά κανάλι γονέα
  - **παιδιά:** αρχικά λίστα με κανάλια παιδιών
  - **τερματισμός:** αρχικά FALSE

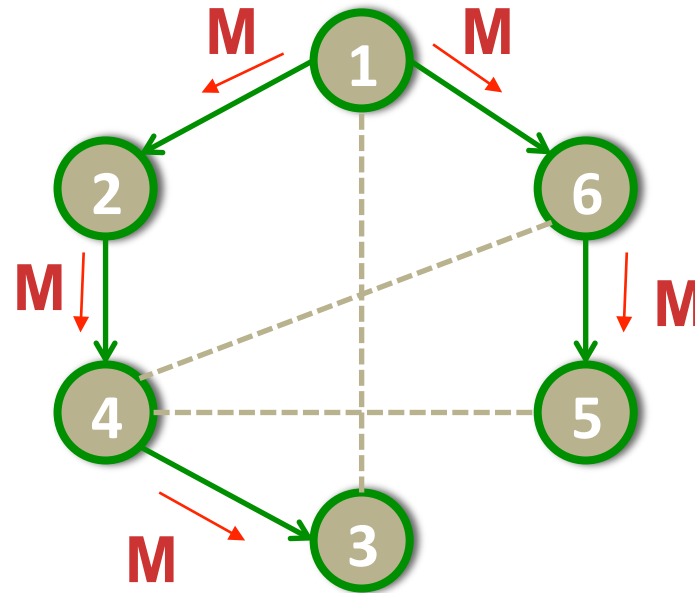
# Διάχυση Μηνύματος σε ΓΔ με Ρίζα

- Αλγόριθμος

- Αν είσαι η ρίζα στείλε το μήνυμα M στα παιδιά σου και θέσε τερματισμός=TRUE.
- Αν λάβεις το μήνυμα M από τον γονέα σου, στείλε το μήνυμα M στα παιδιά σου και θέσε τερματισμός=TRUE.

# Εκτέλεση Αλγορίθμου

Τόξα: σχέση γονέα -> παιδί



Διακεκομμένες γραμμές: ακμές γράφου αλλά όχι του ΓΔ

# Πολυπλοκότητα Αλγορίθμου

- **Ασύγχρονο Μοντέλο**
  - **Χρονική**: ίση με το βάθος  $d$  του ΓΔ ( $d \leq n-1$ )
  - **Μηνυμάτων**:  $n-1$  αφού ένα μήνυμα αποστέλλεται σε κάθε ακμή του ΓΔ.
- **Σύγχρονο Μοντέλο**
  - Η ίδια χρονική/μηνυμάτων πολυπλοκότητα με το ασύγχρονο μοντέλο.

# Συλλογή Μηνυμάτων σε ΓΔ με Ρίζα

- **Στόχος:** Συλλογή μηνυμάτων από τα φύλλα στη ρίζα του ΓΔ
- **Μοντέλο Επικοινωνίας:** Ανταλλαγή Μηνυμάτων
- **Μοντέλο Χρονισμού:** Ασύγχρονο/Σύγχρονο Μοντέλο
- **Σφάλματα:** Κανένα
- Αρχική Κατάσταση Επεξεργαστή (Μεταβλητές)
  - **γονέας:** αρχικά κανάλι γονέα
  - **παιδιά:** αρχικά λίστα με κανάλια παιδιών
  - **τερματισμός:** αρχικά FALSE

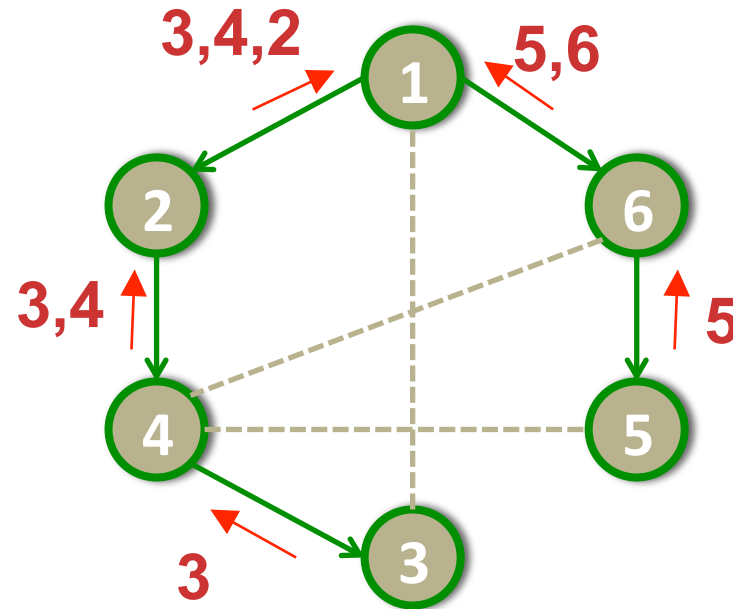
# Συλλογή Μηνυμάτων σε ΓΔ με Ρίζα

- Αλγόριθμος

- Αν δεν έχεις παιδιά (είσαι φύλλο) στείλε το μήνυμα σου στον γονέα σου και θέσε τερματισμός=TRUE.
- Αν έχεις παιδιά (μη-φύλλο) περίμενε να λάβεις μήνυμα από όλα τα παιδιά σου. Τύλιξε τα μηνύματα που παρέλαβες μαζί με το δικό σου και στείλε το νέο μήνυμα στον γονέα σου (αν δεν είσαι η ρίζα) και θέσε τερματισμός=TRUE.

# Εκτέλεση Αλγορίθμου

Τόξα: σχέση γονέα -> παιδί



Διακεκομμένες γραμμές: ακμές γράφου αλλά όχι του ΓΔ

# Πολυπλοκότητα Αλγορίθμου

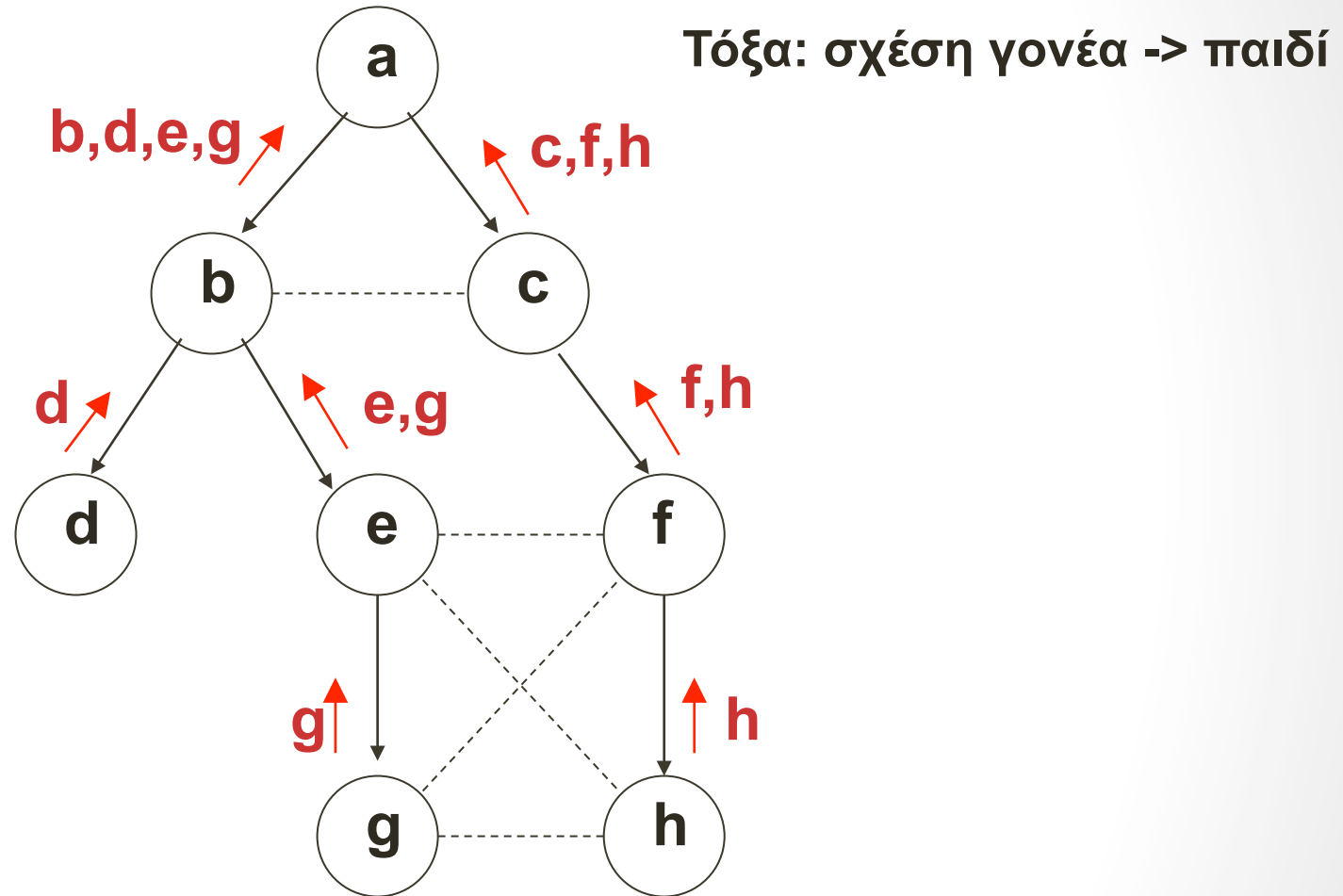
- **Ασύγχρονο Μοντέλο**
  - **Χρονική:** ίση με το βάθος  $d$  του  $\Gamma\Delta$  ( $d \leq n-1$ )
  - **Μηνυμάτων:**  $n-1$  αφού ένα μήνυμα αποστέλλεται σε κάθε ακμή του  $\Gamma\Delta$ .
- **Σύγχρονο Μοντέλο**
  - Η ίδια χρονική/μηνυμάτων πολυπλοκότητα με το ασύγχρονο μοντέλο.



# Ερωτήσεις;



# Εκτέλεση Αλγορίθμου



Διακεκομμένες γραμμές: ακμές γράφου αλλά όχι του ΓΔ