

Ενδιάμεση Εξέταση

Όνοματεπώνυμο:

Ταυτότητα:

Απαντήστε σε όλες τις ερωτήσεις που ακολουθούν. Η συνολική διάρκεια του γραπτού είναι 75 λεπτά. Καλή Επιτυχία!!

Βαθμολογία	
Άσκηση 1	
Άσκηση 2	
Άσκηση 3	
Άσκηση 4	
Άσκηση 5	
Ολική	

Άσκηση 1 (15 βαθμούς: 7.5+7.5)

Δώστε κανονικές εκφράσεις που να παράγουν τις πιο κάτω γλώσσες πάνω στο αλφάβητο $\Sigma = \{a, b\}$.

- a. $L_1 = \{w \mid \eta \text{ περιέχει ακριβώς ένα } b \text{ και τουλάχιστον δύο } a\}$

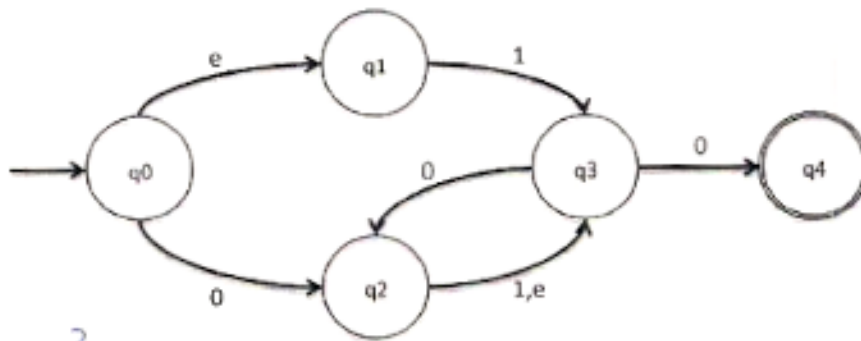
$$a^* (aab \cup aba \cup baa) a^*$$

- b. $L_2 = \{w \mid \eta \text{ w περιέχει περιττό πλήθος } b \text{ ή ακριβώς δύο } a\}$

$$a^* b (a^* b a^* b a^*)^* a^* \cup b^* a b^* a b^*$$

Άσκηση 2(15 μονάδες)

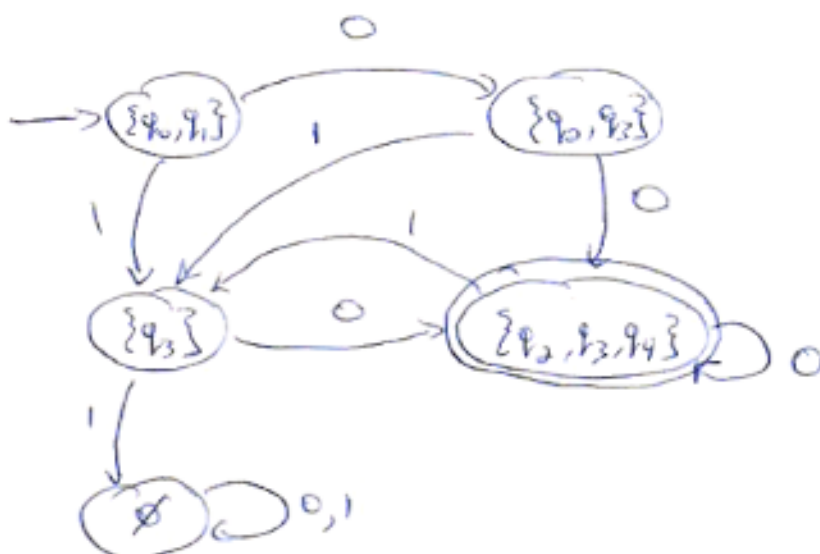
Μετατρέψτε το πιο κάτω μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ένα ισοδύναμο ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο. Δείξτε με λεπτομέρεια όλα τα βήματα της κατασκευής σας.



$q_{\text{αρχική}} = \{q_0, q_1\}$

δ:

	1	0
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$
$\{q_3\}$	\emptyset	$\{q_0, q_3, q_4\}$
$\{q_0, q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_0, q_3, q_4\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_3, q_4\}$
\emptyset	\emptyset	\emptyset



$F = \{\{q_0, q_3, q_4\}\}$

Άσκηση 3(20 μονάδες: 10+10)

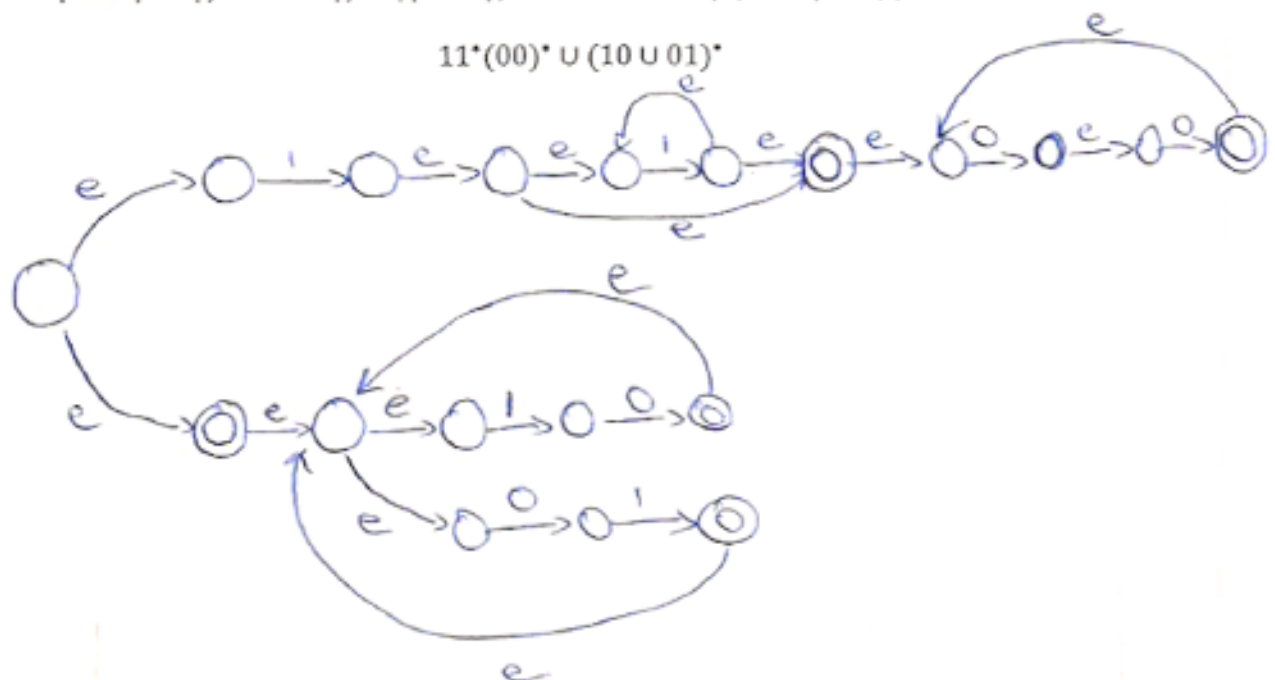
Το θέμα αυτό αφορά την ισοδυναμία μεταξύ κανονικών εκφράσεων και πεπερασμένων αυτομάτων.

- a. Κατασκευάστε μια **κανονική έκφραση** που να είναι **ισοδύναμη** με το πιο κάτω ντετερμινιστικό αυτόματο χρησιμοποιώντας την κατασκευαστική απόδειξη ισοδυναμίας που δείξαμε στην τάξη. Δείξτε με λεπτομέρεια όλα τα βήματα της κατασκευής σας.

$\delta(q_s, q_i) = \epsilon \emptyset^*(a \cup b) = a \cup b$
 $\delta(q_s, q_e) = \epsilon \emptyset^* \epsilon = \epsilon$
 $\delta(q_i, q_i) = a(a \cup b) \cup b$
 $\delta(q_i, q_e) = a \emptyset^* \epsilon = a$

Αγείρεση q_0
 $\delta(q_s, q_e) = (a \cup b)(a(a \cup b) \cup b)^* a \cup \epsilon$

- b. Κατασκευάστε ένα **μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο** από την ακόλουθη κανονική έκφραση. Χρησιμοποιήστε την κατασκευαστική απόδειξη μετατροπής κανονικής έκφρασης σε NFA που δείξαμε στην τάξη.



Άσκηση 4 (25 μονάδες: 5+10+10)

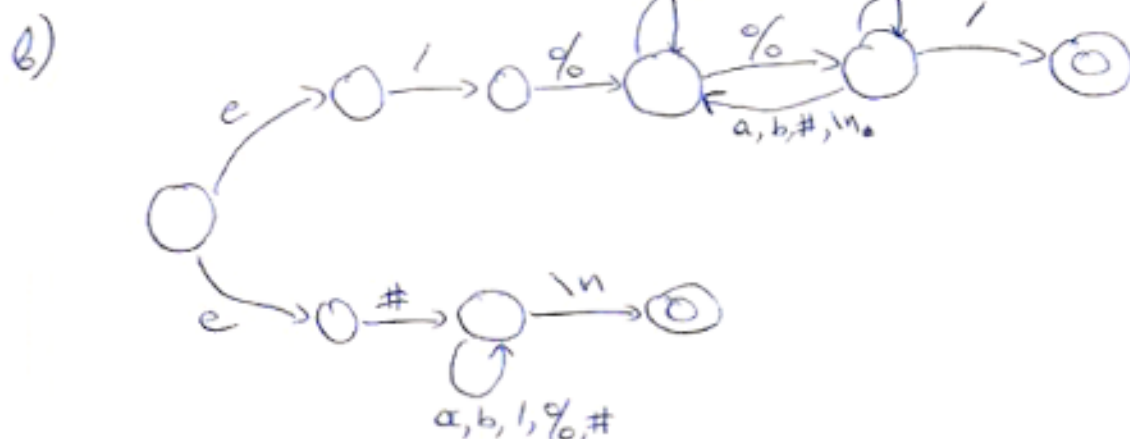
Σε μια νέα γλώσσα προγραμματισμού τα σχόλια οριοθετούντε ως εξής:

- Μεταξύ των συμβόλων $/\%$ και $\%/$ όταν τα σχόλια εκτείνονται σε μια ή περισσότερες γραμμές (χωρίς να περιέχουν το σύμβολο $\%/$ μεταξύ τους), ή
- Αρχίζουν από $\#$ όταν τα σχόλια εκτείνονται σε μια μόνο γραμμή (επιτρέπουμε σε αυτή την περίπτωση την χρήση των συμβόλων $\# / \%$ σε οποιαδήποτε σειρά).

Έστω $COMMENT(L)$ η γλώσσα που περιέχει όλες τις λέξεις-σχόλια. Χάριν απλότητας θεωρούμε ότι κάθε σχόλιο μπορεί να γραφτεί με σύμβολα από το αλφάβητο $\Sigma = \{a, b, /, \%, \#, \backslash n\}$ όπου $\backslash n$ ειδικό σύμβολο που σηματοδοτεί το τέλος μιας γραμμής. Για τις ανάγκες αυτής της άσκησης πρέπει να κάνετε τα ακόλουθα:

- Παραθέστε τον τυπικό ορισμό της $COMMENT(L)$. (π.χ. $COMMENT(L) = \{w \mid w \dots\}$)
- Κατασκευάστε ένα μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που να αναγνωρίζει την $COMMENT(L)$.
- Παραθέστε μια κανονική έκφραση που να παράγει την $COMMENT(L)$.

a) $COMMENT(L) = \{w \mid \eta \ w \ \text{ξεκινά με } /% \ \text{και τελειώνει με } \% / \ \text{ή με } \# \ \text{ή ξεκινά με } \# \ \text{και τελειώνει με } \backslash n\}$



γ) $1\% \left[(a \cup b \cup \# \cup \backslash n \cup /)^* (\% / \cup \#) \right]^* \% / \cup \# (a \cup b \cup \% \cup / \cup \#)^* \backslash n$

Άσκηση 5 (25 μονάδες)

Χρησιμοποιήστε το **λήμμα άντλησης** για να δείξετε ότι η ακόλουθη γλώσσα δεν είναι κανονική.

$$L = \{u\#v : u, v \in \{a, b\}^* \text{ and } 2\#_a(u) \geq \#_b(v)\}$$

όπου οι συμβολισμοί $\#_a(u)$ και $\#_b(v)$ συμβολίζουν των αριθμό εμφανίσεων του συμβόλου a και b στις λέξεις u και v αντίστοιχα.

Έστω ότι η L είναι κανονική, και p το μέγεθος της άνευσης.

Επιλέγουμε την λέξη $w = a^p \# b^{2p}$.

Για την w ισχύει ότι $u = a^p$ και $v = b^{2p}$ και άρα $\#_a(u) = p$ και $\#_b(v) = 2p$

$$\Rightarrow 2\#_a(u) = \#_b(v)$$

Ο w είναι του τύπου xyz με $x, y, z \in L$.

Αφού η L είναι κανονική τότε από το **λήμμα της άνευσης** ισχύει ότι η $w = xyz$ και οι ακόλουθες συνθήκες ισχύουν:

- (i) $|y| \geq 1$,
- (ii) $|xy| \leq p$, και
- (iii) $x y^i z \in L, \forall i \geq 0$

Αφού $|xy| \leq p$ τότε $x = a^n$, $y = a^m$ και $z = a^{p-n-m} \# b^{2p}$.

Αν πάρουμε την λέξη $x y^0 z$ για $i=0$ τότε έχουμε την λέξη:

$$w' = a^n (a^m)^0 a^{p-n-m} \# b^{2p} = a^{p-m} \# b^{2p}$$

Αφού όπως $|y| \geq 1$ σημαίνει ότι το $m \geq 1$.

Άρα αφού $u = a^{p-m}$ και $v = b^{2p}$ στην w' σημαίνει ότι $\#_a(u) = p-m \leq p-1$.

$\Rightarrow 2\#_a(u) \leq 2(p-1) < 2p \Rightarrow 2\#_a(u) < \#_b(v)$.

Άρα $w' \notin L \Rightarrow$ ΑΤΟΠΟ.