

ΕΠΛ 211:

Θεωρία Υπολογισμού και Πολυπλοκότητας

Φροντιστήριο 2: Μη Ντετερμινιστικά (Αντιαιτιοκρατικά)
Πεπερασμένα Αυτόματα (NFA)

Ισοδυναμία NFA με DFA

Θεώρημα:

Για κάθε μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο, υπάρχει **ισοδύναμο** ντετερμινιστικό.

- Για **κάθε γλώσσα** που αναγνωρίζεται από κάποιο μη ντετερμινιστικό αυτόματο, υπάρχει ντετερμινιστικό αυτόματο που την αναγνωρίζει.
- Ιδέα απόδειξης (κατασκευαστική)
 - Κατασκευή ενός ντετερμινιστικού αυτόματου που να **προσομοιώνει** το μη ντετερμινιστικό
- **Hint:** Κάθε σύμβολο στο NFA μας οδηγεί σε ένα σύνολο καταστάσεων
 - Αυτό το σύνολο πρέπει να αντιπροσωπεύει μια κατάσταση του ντετερμινιστικού αυτομάτου.
 - Άρα οι καταστάσεις του DFA θα περιέχουν όλα τα δυνατά υποσύνολα των καταστάσεων του NFA

Ισοδυναμία NFA με DFA (Απόδειξη)

- Έστω το NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ που αναγνωρίζει την A
- Θέλουμε να κατασκευάσουμε DFA $M = (Q', \Sigma, \delta', q'_0, F')$ που επίσης αναγνωρίζει την A
- Βήματα Κατασκευής (χωρίς το σύμβολο ϵ):
 - $Q' = \mathcal{P}(Q)$
 - $\delta'(R, a) = \{q \in Q \mid q \in \delta(r, a) \text{ for some } r \in R\}$ ή
$$\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} \delta(r, a)$$
 - $q'_0 = q_0$
 - $F' = \{R \in Q' \mid \exists q \in R \text{ such that } q \in F\}$

Ισοδυναμία NFA με DFA (Απόδειξη)

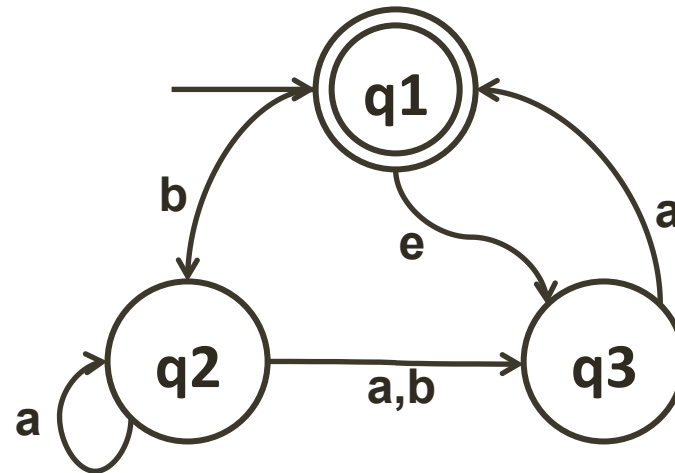
- Μετατροπή μεταβάσεων ϵ :
 - $E(R) = \{q \mid \eta \text{ } q \text{ είναι προσπελάσιμη από κάποιο μέλος της } R \text{ μέσω μηδέν ή περισσότερων μεταβάσεων } \epsilon\}$
 - $\delta'(R, a) = \{q \in Q \mid q \in E(\delta(r, a)) \text{ for some } r \in R\}$
 - $q'_0 = E(\{q_0\})$
- **Ορθότητα:** Σε κάθε βήμα του υπολογισμού του M επί κάποιας εισόδου, το M βρίσκεται σε μια κατάσταση που αντιστοιχεί στο σύνολο των καταστάσεων που θα μπορούσε να βρίσκεται το N στο σημείο εκείνο.

Πόρισμα

Πόρισμα:

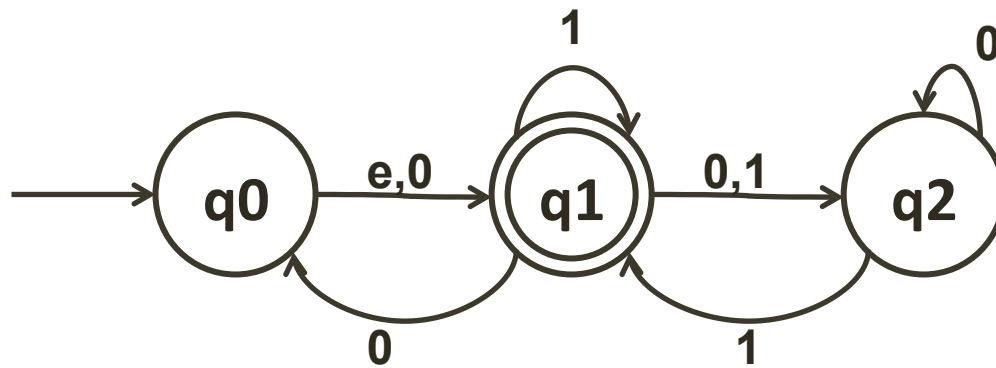
Μια γλώσσα είναι **κανονική** εάν και μόνο εάν υπάρχει **μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο** που να την αναγνωρίζει.

Παράδειγμα: NFA to DFA



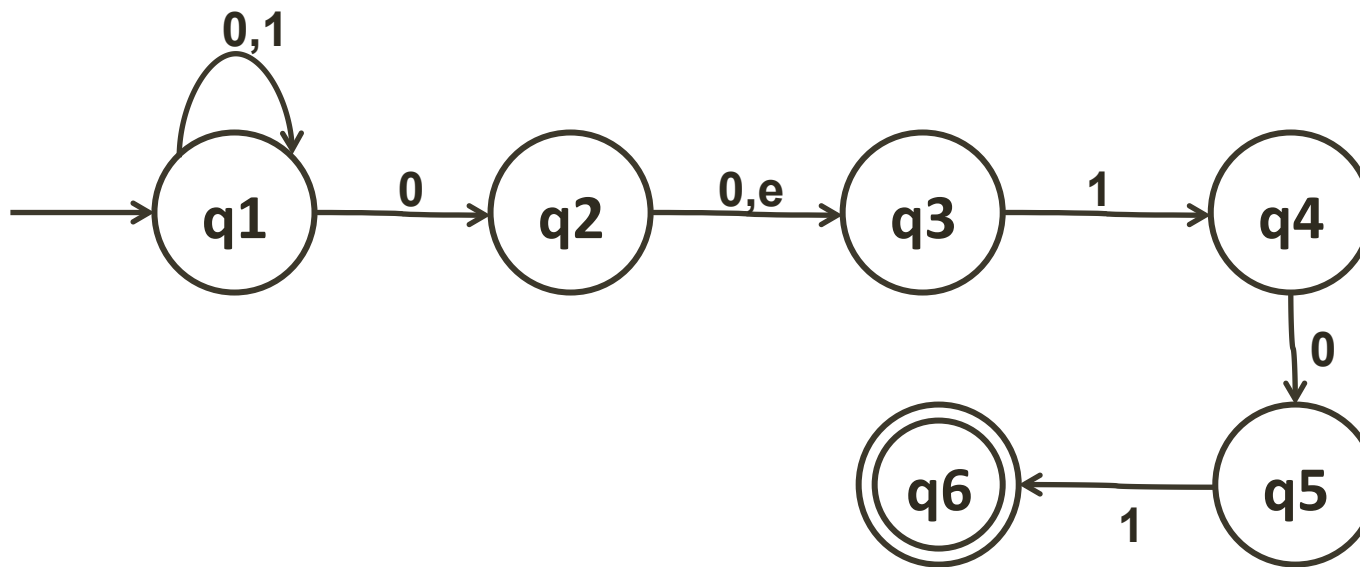
- $M(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
 - $Q = \{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\} \}$
 - $\Sigma = \{a, b\}$
 - $q_0 = E(\{1\}) = \{1,3\}$
 - $F = \{\{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\}$
 - $\delta?$

Παράδειγμα 2



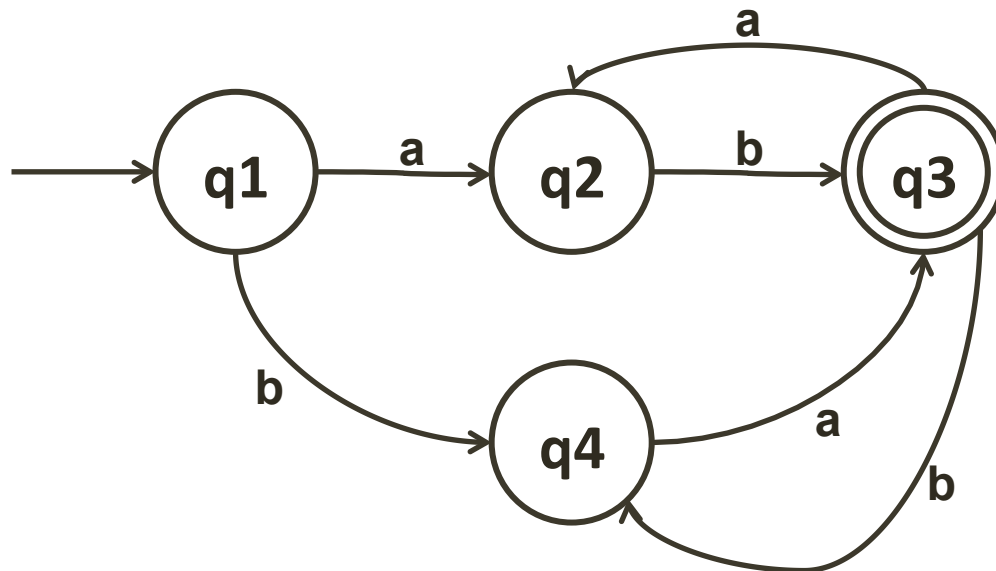
Παράδειγμα 3

$L = \{w \mid w \text{ τελειώνει με την υπολέξη } 00101 \text{ ή } 0101\}$



Παράδειγμα 4

$L = \{w \mid w \text{ περιέχει μόνο υπολέξεις } ab \text{ και } ba\}$



Ερωτήσεις;



18-Sep-11

Δρ. Νικόλας Νικολάου