2η Σειρά Ασκήσεων

Άσκηση 1

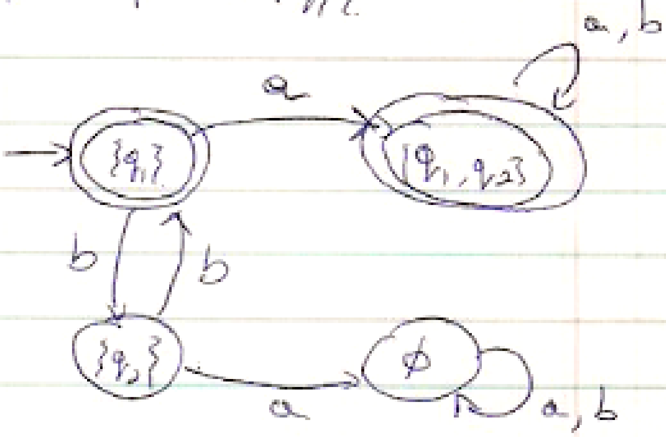
α)

δ:

	a	b
$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_1\}$

$q_0 = \{q_1\}$

$F = \{\{q_1, q_2\}, \{q_1\}\}$



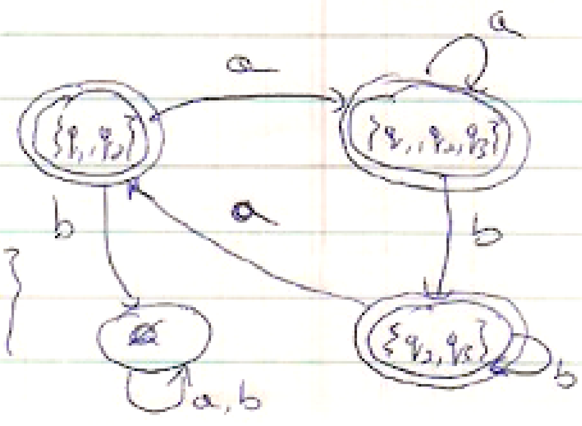
β)

δ:

	a	b
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

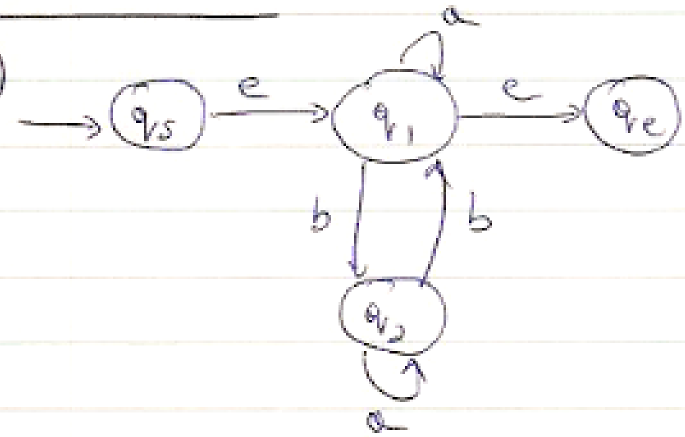
$q_0 = \{q_1, q_2\}$

$F = \{\{q_1, q_2\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_2, q_3\}\}$



Ασκηση 2.

α)



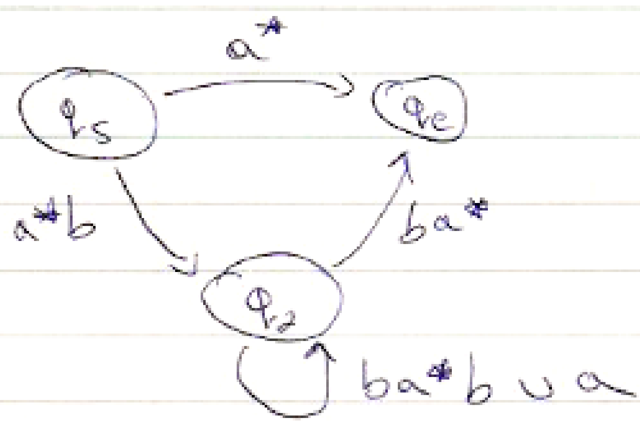
Αφαιρούμε την q_1

$$\delta(q_s, q_e) = e a^* e \cup \emptyset = a^*$$

$$\delta(q_s, q_2) = e a^* b \cup \emptyset = a^* b$$

$$\delta(q_2, q_2) = b a^* b \cup a$$

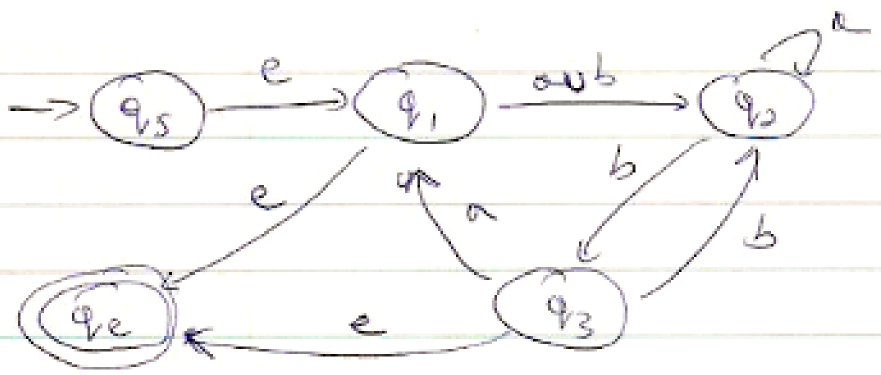
$$\delta(q_2, q_e) = b a^*$$



Αφαιρεση 2

$$\delta(q_s, q_e) = a^* b (b a^* b \cup a)^* b a^* \cup a^*$$

b)



Αφαιρεση q_1:

$$\delta(q_s, q_2) = e(a \cup b) = (a \cup b)$$

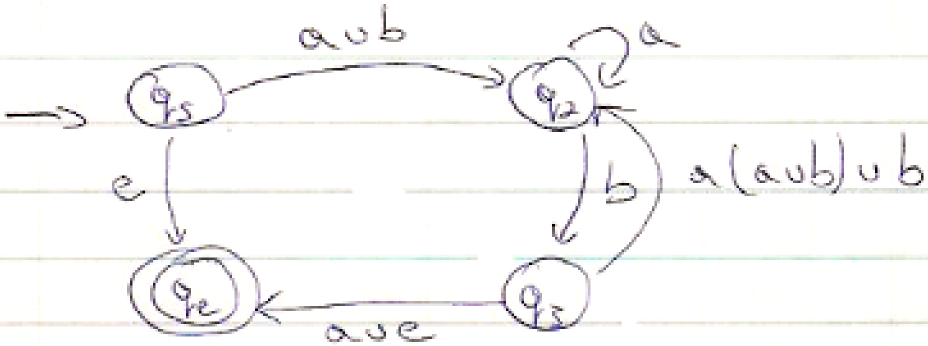
$$\delta(q_s, q_3) = \emptyset$$

$$\delta(q_s, q_e) = e$$

$$\delta(q_2, q_2) = a \qquad \delta(q_3, q_3) = \emptyset$$

$$\delta(q_2, q_3) = b \qquad \delta(q_3, q_2) = a(a \cup b) \cup b$$

$$\delta(q_2, q_e) = \emptyset \qquad \delta(q_3, q_e) = a \cup e$$



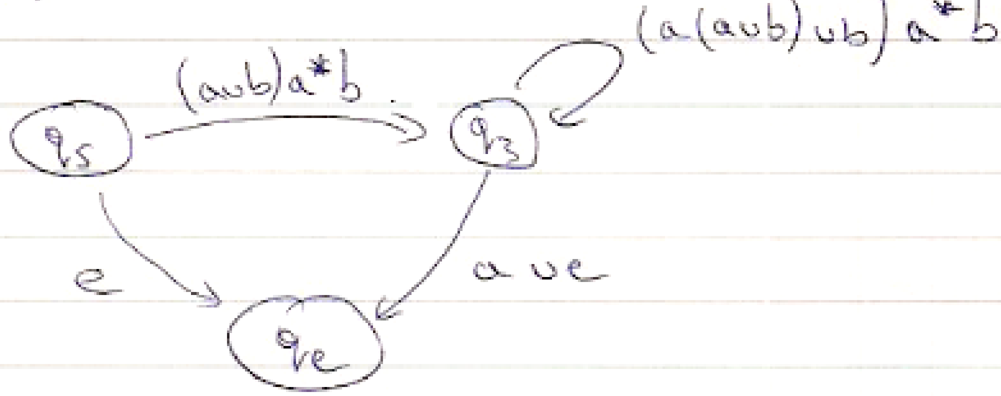
Αφαίρεση q_2:

$\delta(q_5, q_3) = (a \cup b)\, a^* b$

$\delta(q_5, q_e) = e$

$\delta(q_3, q_3) = (a(a \cup b) \cup b)\, a^* b$

$\delta(q_3, q_e) = a \cup e$



Αφαίρεση q_3

$\delta(q_5, q_e) = \left((a \cup b)\, a^* b\right)\left((a(a \cup b) \cup b)\, a^* b\right)^* (a \cup e) \cup e$

Reg Exp:

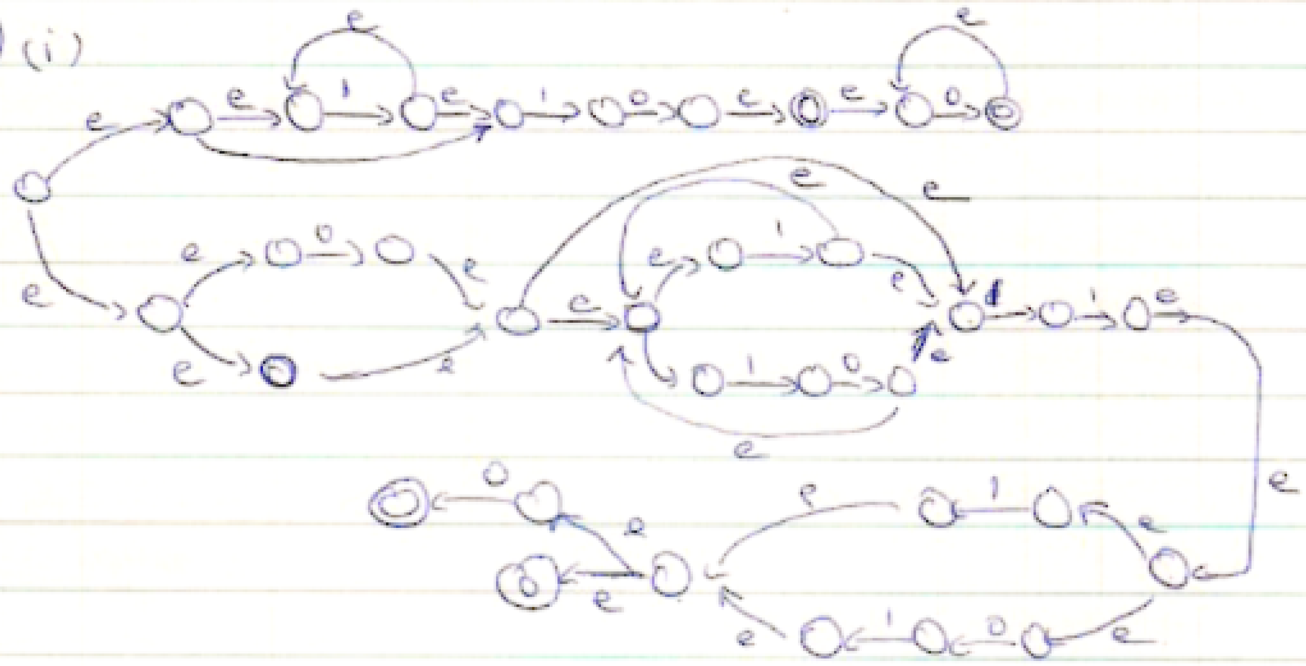
$\overline{\left((a \cup b)\, a^* b\right)\left((a(a \cup b) \cup b)\, a^* b\right)^* (a \cup e) \cup e}$

Άσκηση 3

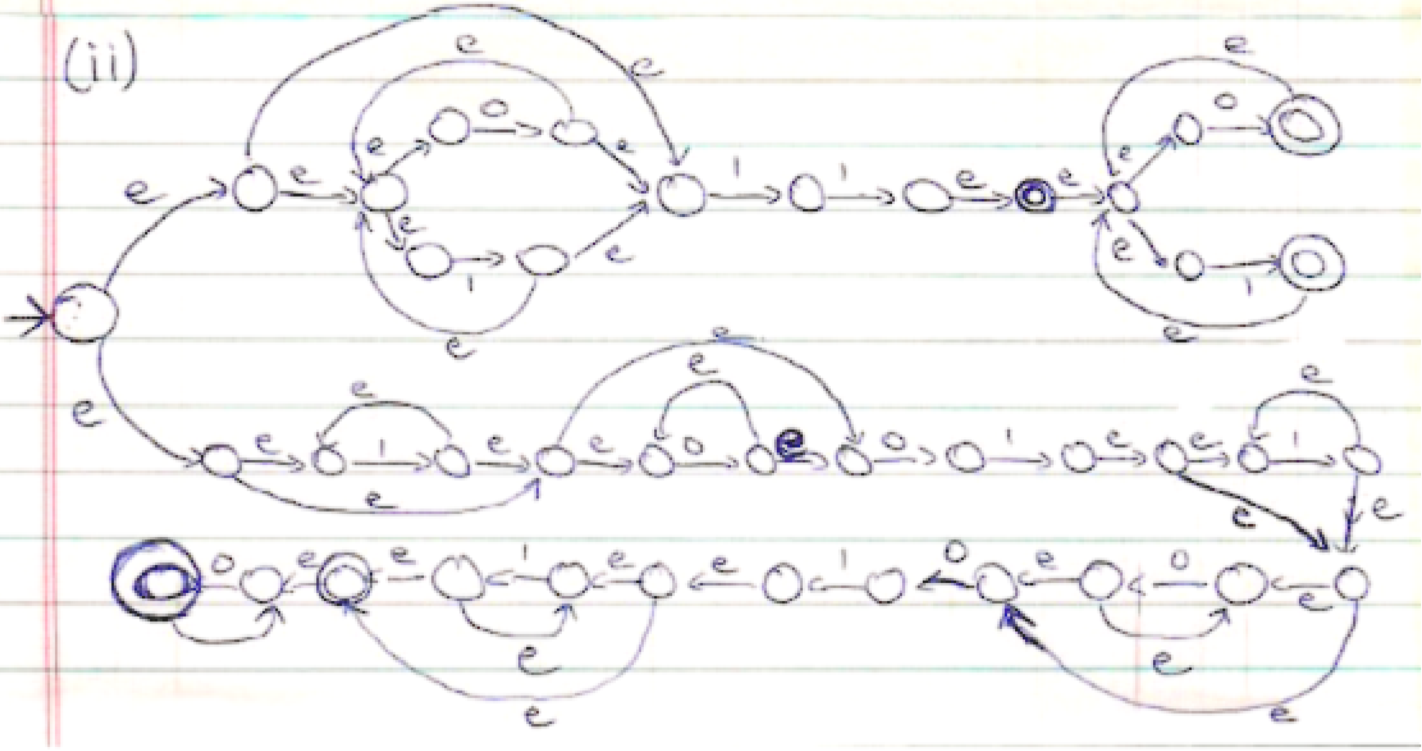
a) (i) $1^* 1 0 0^* \cup (0 \cup e)(1 \cup 10)^* 11 (1 \cup 01)^*(0 \cup e)$

(ii) $[\Sigma^* 11 \Sigma^*] \cup (1^* 0^*)(0 1 1^* 0^* 0 1 1^* 0^*)^*$

b) (i)



(ii)



Άσκηση 4

$$L_1 = \{0^n 1^m 0^n \mid m,n \geq 0\}$$

Έστω ότι L_1 κανονική. Υποθέτουμε ότι p είναι το μήκος άντλησης.
Διαλέγουμε την λέξη $w = 0^p 1^p 0^p \in L_1$. Αφού η L_1 είναι κανονική και $|w| = 3p > p$ τότε σύμφωνα με το λήμμα της άντλησης $w = xyz$ τ.ω. $|y| \geq 1$, $|xy| \leq p$ και $xy^iz \in L, \forall i \geq 0$.

Αφού $|xy| \leq p$ τότε υπάρχουν a,b,c τ.ω. $x = 0^a$, $y = 0^b$ και $z = 0^{p-a-b}1^p0^p$, όπου $b \geq 1$.
Για xy^2z παίρνουμε την λέξη $0^a(0^b)^2 0^{p-a-b}1^p0^p$ ~~όπου~~ $\Rightarrow 0^a 0^{2b} 0^{p-a-b} 1^p 0^p = 0^{p+b}1^p0^p$. Και αυτή η λέξη δεν ανήκει στο L_1 αφού τα μηδενικά πριν το 1 είναι περισσότερα από τα μηδενικά μετά το 1 $\Rightarrow$ Αντίφαση.

Άσκηση 5

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δυο αυτόματα M_1 και M_2 που αναγνωρίζουν τις γλώσσες A και B αντίστοιχα. Θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα νέο αυτόματο που να αναγνωρίζει το πλήρες ανακάτεμα των A, B. Αφού μια λέξη στο ανακάτεμα έχει ένα γράμμα από το A και ακολούθως ένα γράμμα από το B τότε το νέο αυτόματο πρέπει να έχει την δυνατότητα να εναλλάσσεται μεταξύ των καταστάσεων των M_1 και M_2. Για να το πετύχουμε αυτό οι καταστάσεις του νέου αυτομάτου πρέπει να είναι μια τριπλέτα της μορφής: (q_a, q_b, m_a) όπου q_a είναι μια κατάσταση του M_1 το q_b είναι κατάσταση του M_2 και m_a υποδηλώνει ποιο αυτόματο πρέπει να διαβάσει το επόμενο γράμμα. Τυπικά το νέο αυτόματο ορίζεται ως εξής:

$$M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1), \quad M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$$
$$N_s = (Q_s, \Sigma, \delta_s, q_s, F_s)$$

1) $Q_s = Q_1 \times Q_2 \times \{m_1, m_2\}$.

2) $q_s = (q_1, q_2, m_1)$

3) $F_s = F_1 \times F_2 \times \{m_1\}$ (αφού το τελευταίο γράμμα θα διαβαστεί από το M_2 τότε θα μεταφερθ. στο M_1)

4) $\delta_s((q', q'', m_1), a) = (\delta_1(q', a), q'', m_2)$
$\delta_s((q', q'', m_2), a) = (q', \delta_2(q'', a), m_1)$