

4η Σειρά Ασκήσεων
 (Παράδοση: 18/4/2008)

1. Δώστε ένα άλλο πιθανοτικό αλγόριθμο για την εύρεση της διαμέσου* ενός συνόλου με n στοιχεία. Η αναμενόμενη χρονική πολυπλοκότητα του αλγόριθμου σας πρέπει να είναι $O(n)$.

2. Θεωρείστε το πρόβλημα γέννησης μεταθέσεων ομοιόμορφα και τυχαία. Δηλαδή, με δεδομένο ένα σύνολο με n στοιχεία, ζητάμε ένα αλγόριθμο ο οποίος να "παράγει" κάθε μετάθεση του συνόλου αυτού με πιθανότητα $1/n!$. Έστω η συνάρτηση $RAND[i, j]$ η οποία παράγει ένα ακέραιο r , $i \leq r \leq j$, ομοιόμορφα και τυχαία. Θεωρείστε τον ^{πιθανοτικό} αλγόριθμο:

για $k=1$ μέχρι n κάνε

$r \leftarrow RAND[1, n];$

αντάλλαξε το a_k με το a_r

εναντι;

Γεννά ο παραπάνω αλγόριθμος μεταθέσεις ομοιόμορφα και τυχαία; Αποδείξτε την απάντησή σας.

3. Θεωρείστε τρία πολυώνυμα $P_1(x)$, $P_2(x)$ και $P_3(x)$, όπου τα πολυώνυμα $P_1(x)$ και $P_2(x)$ έχουν βαθμό το πολύ n . Δώστε ένα άλλο πιθανοτικό αλγόριθμο ο οποίος θα αποφασίζει κατά πόσο ή όχι $P_1(x) \cdot P_2(x) \equiv P_3(x)$.

4. Δείξτε ότι το 3 είναι ένα κάτω φράγμα για το πρόβλημα του πολλαπλασιασμού δύο μιγαδικών αριθμών στο μοντέρο του προγράμματος εύδειας γραμμής.