

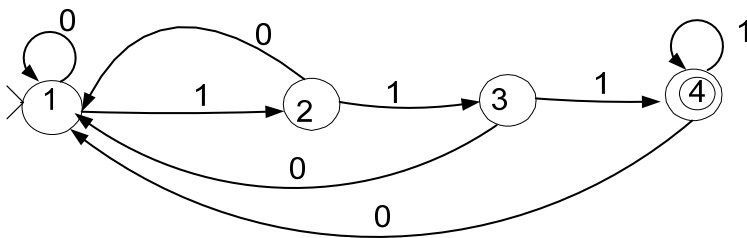
## Ενδιάμεση Εξέταση

Απαντήστε όλες τις ερωτήσεις που ακολουθούν. Ο συνολικός αριθμός μονάδων είναι 100. Η διάρκεια της εξέτασης είναι 100 λεπτά.

1. Θεωρούμε την κανονική γλώσσα

$$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \eta \ w \text{ παριστάνει ακέραιο } o \text{ οποίος αφήνει διαιρούμενος διά του } 8 \text{ υπόλοιπο } 7\}.$$

(a) (16 μονάδες) Κατασκευάστε το διάγραμμα καταστάσεων για ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο το οποίο δέχεται την γλώσσα  $L_1$ .



(b) (16 μονάδες) Κατασκευάστε κανονική γραμματική η οποία παράγει την γλώσσα  $L_1$ .

Απευθείας γραμματική:  $S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 111$

Εφαρμογή αλγόριθμου μετατροπής ΝΠΑ σε κανονική γραμματική

$S \rightarrow 0S \mid 1A$

$A \rightarrow 0S \mid 1B$

$B \rightarrow 0S \mid 1C$

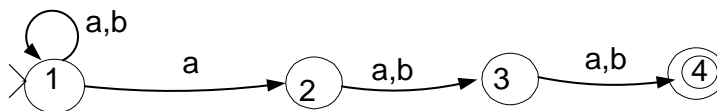
$C \rightarrow 0S \mid 1C \mid e$

2. Θεωρούμε την κανονική γλώσσα

$$L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ και το αντιπροτελευταίο σύμβολο στη } w \text{ είναι } a\}.$$

Για παράδειγμα,  $aaaba \in L_2$ ,  $abbaa \notin L_2$ ,  $abb \notin L_2$  και  $abaab \in L_2$ .

(a) (16 μονάδες) Κατασκευάστε το διάγραμμα καταστάσεων για μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο με τέσσερις καταστάσεις και χωρίς κενές μεταβάσεις το οποίο δέχεται την γλώσσα  $L_2$ .



- (b) (16 μονάδες) Χρησιμοποιείστε την κατασκευή υποσυνόλων για να μετατρέψετε το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που κατασκευάσατε σε ντετερμινιστικό.

p/σ	δ(p,a)	δ(p,b)
{1}	{1,2}	{1}
{1,2}	{1,2,3}	{1,3}
{1,2,3}	{1,2,3,4}	{1,3,4}
{1,3}	{1,2,4}	{1,4}
{1,2,3,4}	{1,2,3,4}	{1,3,4}
{1,3,4}	{1,2,4}	{1,4}
{1,2,4}	{1,2,3}	{1,3}
{1,4}	{1,2}	{1}

3. (16 μονάδες) Κατασκευάστε κατηγορηματική γραμματική η οποία παράγει την γλώσσα

$$L_3 = \{a^i b^{2j} \mid i \geq 6j + 3\}.$$

$$L_3 = L_{31} \cup L_{32}$$

$$L_{31} = \{a^i b^{2j} \mid i = 6j + 3\}$$

$$L_{32} = \{a^i b^{2j} \mid i > 6j + 3\}$$

$$L_{31}:$$

$$S_1 \rightarrow aaaaaa S_1 bb \mid aaa$$

$$L_{32}:$$

$$S_2 \rightarrow S_3 S_4$$

$$S_3 \rightarrow a S_3 \mid a$$

$$S_4 \rightarrow aaaaaa S_4 bb \mid aaa$$

$$L_3:$$

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$

4. (20 μονάδες) Αποδείξτε (με κατάλληλο θεώρημα άντλησης) ότι η γλώσσα

$$L_4 = \{a^{3n} b^{5n} \mid n \geq 0\}.$$

δεν είναι κανονική.

Η γλώσσα δεν είναι κανονική. Υποθέτουμε ότι η γλώσσα είναι κανονική και καταλήγουμε σε αντίφαση. Από το Θεώρημα Άντλησης, υπάρχει ένα  $K > 0$  τέτοιο ώστε για όλα τα  $w \in L_4$  με  $|w| \geq K$ , μπορούμε να χωρίσουμε τη λέξη  $w$  σε κομμάτια  $x, y, z$ , με  $y \neq \epsilon$  ώστε  $w = xyz$ ,  $|xy| \leq K$  και  $xy^n z \in L_4$  για όλα τα  $n \geq 0$ . Παίρνουμε  $w = a^{3K} b^{5K}$ . Αφού  $|w| \geq K$ , στην  $w$  μπορεί να εφαρμοστεί το Θεώρημα Άντλησης.

Αφού  $y \neq \epsilon$  και  $|xy| \leq K$ , έπεται ότι  $x = a^i$ ,  $y = a^j$ , όπου  $0 < j$  και  $i + j \leq K$ , και  $z = a^{K-i-j} a^{2K} b^{5K}$ . Τότε, για  $n = 2$ , η  $w' = xy^2 z = a^{3K+j} b^{5K}$  πρέπει να ανήκει στη γλώσσα. Αφού  $j > 0$ ,  $3K + j \neq 3K$ , οπότε η  $w'$  δεν ανήκει στη γλώσσα. Αντίφαση.