

5η Σειρά Ασκήσεων (Προαιρετική)

1. Αποδείξτε ότι η κλάση P είναι κλειστή ως προς την πράξη της σύνθεσης και της τομής.
2. Αποδείξτε ότι η κλάση NP είναι κλειστή ως προς την πράξη της ένωσης και παράθεσης.
3. Θεωρήστε το πρόβλημα 2-SAT (δες σημειώσεις διάλεξης 15/4/08). Υπολογίστε την χωρική και χρονική πολυπλοκότητα (φράγμα χρόνου) του παρακάτω αλγόριθμου. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

1. Ξεκαθάρισμα:

1. Εάν έχουμε μια συνθήκη με μόνο ένα στοιχείο, θέτουμε την αντίστοιχη σε μεταβλητή έτσι ώστε η συνθήκη να είναι αληθής.
2. Ελέγχουμε τις υπόλοιπες συνθήκες:
 1. αν έχουν το ίδιο στοιχείο είναι αληθείς. Οπότε τις αφαιρούμε.
 2. αν έχουν την άρνηση του στοιχείου σημαίνει ότι το 2^ο στοιχείο της συνθήκης πρέπει να είναι αληθές, οπότε εκτελούμε το **Ξεκαθάρισμα** για το στοιχείο αυτό.
2. (Τώρα έχουμε 2 μεταβλητές σε κάθε συνθήκη) Για κάθε μεταβλητή x_i σε κάθε συνθήκη:
 - Θέτουμε $T(x_i) = T$ και κάνουμε Ξεκαθάρισμα.
 - Επαναφέρουμε τον F στην αρχική μορφή (πριν το προηγούμενο βήμα), θέτουμε $T(x_i) = \perp$ και κάνουμε Ξεκαθάρισμα.
 - Αν και τα δύο Ξεκαθαρίσματα αποτύχουν συμπεραίνουμε ότι ο F είναι μη ικανοποιήσιμος.
 - Αλλιώς αναθέτουμε στην x_i την επιτυχή τιμή αληθείας και επαναλαμβάνουμε το βήμα 2 για την επόμενη μεταβλητή.
4. Αποδείξτε ότι το πρόβλημα HAMILTONIAN PATH ανήκει στην κλάση NP.
5. Πρόβλημα ΜΕΓΙΣΤΗ ΚΛΙΚΑ: βρες το μέγιστο σύνολο από κορυφές ενός γραφού για τις οποίες οποιεσδήποτε δύο από αυτές ενώνονται με μια ακμή στο γράφο
Αποδείξτε ότι το πρόβλημα ΜΕΓΙΣΤΗ ΚΛΙΚΑ ανήκει στην κλάση NP.