# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
## ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

# ΕΠΛ 211 - ΘΕΩΡΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΕΤΟΣ 1996-97
**ΕΞΕΤΑΣΗ ΗΜΙΕΞΑΜΗΝΟΥ**

5 Νοεμβρίου 1996

*Ομάδα Α*

Διδάσκων Καθηγητής : Μάριος Μαυρονικόλας

Διάρκεια Εξέτασης : Μία ώρα

---

- *Απαντήστε όλες τις ερωτήσεις*
- Συνολική βαθμολογία (100 μονάδες), 25% της τελικής βαθμολογίας
- Τα θέματα επιστρέφονται

---

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : Αριστείδου Αριστείδης

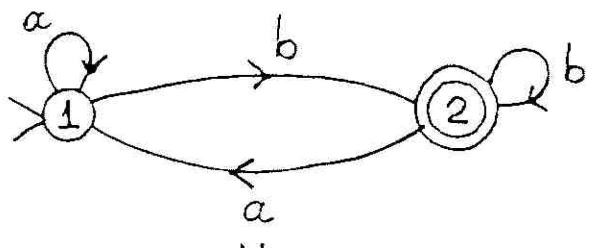
ΑΡ. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ : 950000

| ΖΗΤΗΜΑ | ΒΑΘΜΟΣ |
|---|---|
| 1 | 10 |
| 2 | 10 |
| 3 | 18 |
| 4 | 20 |
| 5 | 42 |
| ΣΥΝΟΛΟ: | 100 |

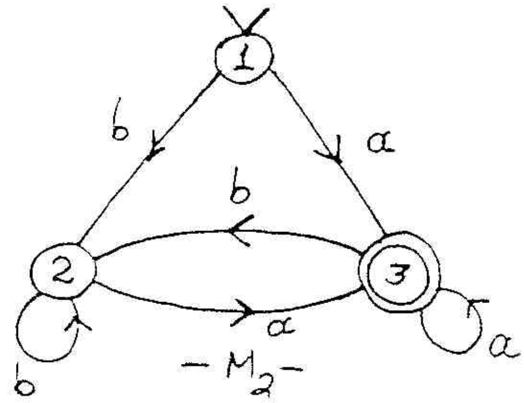
Σημείωση: Κ. Μαυρονικόλα, σε πολλές περιπτώσεις έχω παραλείψει τις αιτιολογήσεις, γράφοντας μόνο τα τελικά αποτελέσματα. Ελπίζω αυτό

## Ζήτημα 1 (10 μονάδες)

Θεωρείστε τα ακόλουθα δύο ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα.




$-M_1-$




$-M_2-$

Κατασκευάστε ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα γιά τίς γλώσσες $L(M_1) \cap L(M_2)$ καί $L(M_1) \cup L(M_2)$.

Οἱ καταστάσεις εἶναι διατεταγμένα ζεύγη $(p,q)$, ὅπου $p$ εἶναι μιά κατάσταση τοῦ $M_1$ καί $q$ εἶναι μιά κατάσταση τοῦ $M_2$. Ἡ συνάρτηση μετάβασης καί ἡ ἀρχική κατάσταση εἶναι τά ἴδια γιά τά αὐτόματα πού δέχονται τίς γλῶσσες $L(M_1) \cap L(M_2)$ καί $L(M_1) \cup L(M_2)$. Τά αὐτόματα αὐτά διαφέρουν μόνο ὡς πρός τό σύνολο τελικῶν καταστάσεων.

$\delta$:

| $(p,q)$ \ $\sigma$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|
| (1,1) | (1,3) | (2,2) |
| (1,2) | (1,3) | (2,2) |
| (1,3) | (1,3) | (2,2) |
| (2,1) | (1,3) | (2,2) |
| (2,2) | (1,3) | (2,2) |
| (2,3) | (1,3) | (2,2) |

$s = (1,1)$

Σύνολο τελικῶν καταστάσεων γιά τό αὐτόματο τῆς τομῆς: $\{(2,3)\}$

Σύνολο τελικῶν καταστάσεων γιά τό αὐτόματο τῆς ἕνωσης: $\{(2,1),(2,2),(2,3),$ [illegible] $\}$

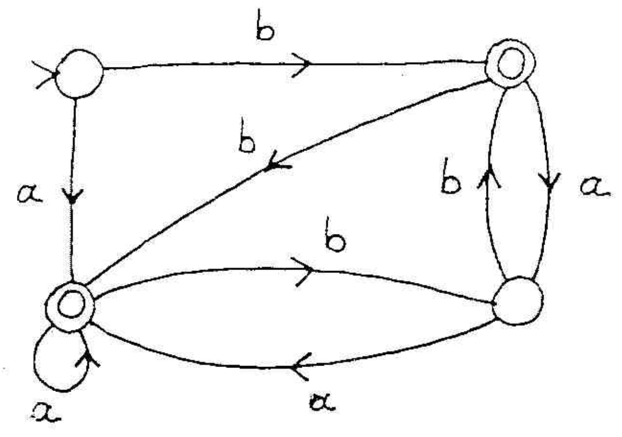
Ζήτημα 2 (10 μονάδες)

Λέμε ότι μιά λέξη x εἶναι <u>πρόθεμα</u> μιᾶς λέξης y ἄν ὑπάρχει μιά λέξη z τέτοια ὥστε $xz = y$, καί ὅτι ἡ x εἶναι <u>γνήσιο πρόθεμα</u> τῆς y ἄν, ἐπιπρόσθετα, $x \neq y$.

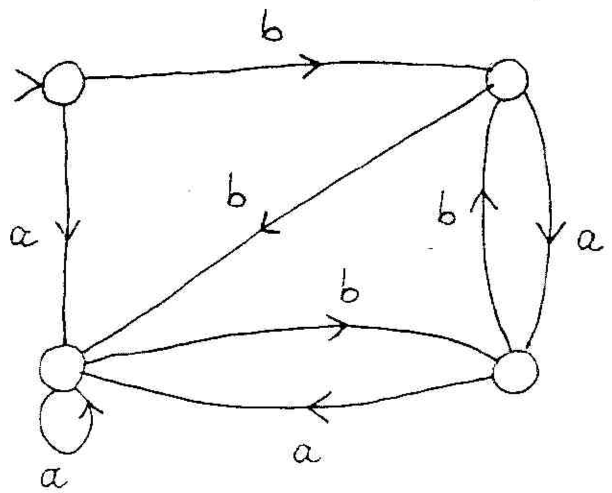
Γιά μιά γλώσσα $L \subseteq \Sigma^*$, ὁρίζουμε τή γλώσσα

$$\mathrm{NOEXTEND}(L) = \{ w \in L : \text{ἡ } w \text{ δέν εἶναι γνήσιο πρόθεμα ὁποιασδήποτε λέξης τῆς } L \}.$$

Ἔστω L ἡ γλώσσα πού γίνεται δεκτή ἀπό τό αὐτόματο $M_L$ πού φαίνεται παρακάτω:

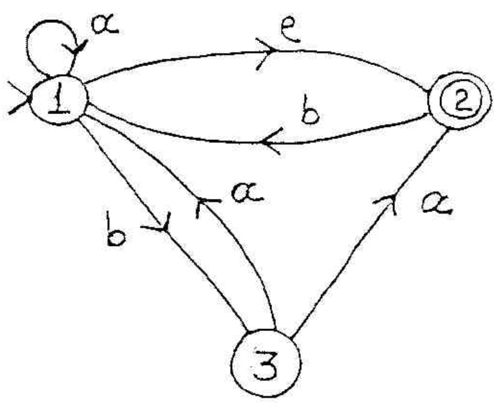



Σχεδιάστε τό πλῆρες διάγραμμα καταστάσεων τοῦ αὐτομάτου $M_{\mathrm{NOEXTEND}(L)}$ πού δέχεται τή γλώσσα NOEXTEND(L).



## Ζήτημα 3 (18 μονάδες)

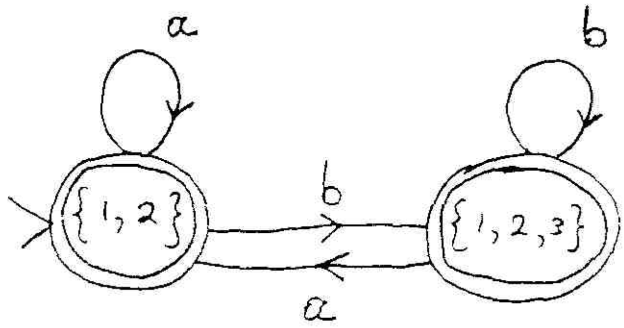
Χρησιμοποιεῖστε τὴν κατασκευὴ ὑποσυνόλων γιὰ νὰ μετατρέψετε τὸ παρακάτω μὴ ντετερμινιστικὸ πεπερασμένο αὐτόματο σὲ ἕνα ἰσοδύναμο ντετερμινιστικό. (Τὸ ἀλφάβητο εἶναι $\{a,b\}$.)




> Αρχική κατάσταση: $\{1,2\}$

| $P$ | $\sigma$ | $\delta(P,\sigma)$ |
|---|---|---|
| $\{1,2\}$ | $a$ | $\{\underset{1\to1}{1},\ \underset{1\to1\to2}{2}\}$ |
| $\{1,2\}$ | $b$ | $\{\underset{1\to2\to1}{1},\ \underset{1\to2\to1\to2}{2},\ \underset{1\to3}{3}\}$ |
| $\{1,2,3\}$ | $a$ | $\{\underset{1\to1}{1},\ \underset{\substack{1\to1\to2\\3\to2}}{2}\}$ |
| $\{1,2,3\}$ | $b$ | $\{1,\ 2,\ 3\}$ (ἤδη μπορῶ νὰ "πάω" στὴν $\{1,2,3\}$ χωρὶς νὰ λάβω ὑπ' ὄψη τὴν 3) |

Τελικές καταστάσεις: $\{1,2\}$, $\{1,2,3\}$ (ὅσες περιέχουν τὴ 2)


a
b
b
{1, 2}
{1, 2, 3}
a

## Ζήτημα 4 (20 μονάδες)

Χρησιμοποιείστε τήν ἰσχυρή μορφή τοῦ θεωρήματος ἄντλησης γιά νά δείξετε ὅτι ἡ γλώσσα

$$L = \{ 1^{\ell} 0^{m} 1^{n} \; : \; 0 \leq n \leq m \leq \ell \}$$

δέν εἶναι κανονική.

Ἔστω $m_L$ ἡ σταθερά τοῦ θεωρήματος ἄντλησης (ἰσχυρή μορφή).

Διαλέγουμε τή λέξη $w = 0^{m_L} 1^{m_L} 0^{m_L} \in L$.

Ἀφοῦ $|w| = 3m_L > m_L$, τότε, σύμφωνα μέ τό θεώρημα ἄντλησης, $w = xyz$ ὅπου $y \neq e$, $|xy| \leq m_L$ καί $xy^n z \in L \ \forall \ n \geq 0$. Ἕπεται ὅτι $x = 0^i$, $y = 0^j$, $z = 0^{m_L - i - j} 1^{m_L} 0^{m_L}$ ὅπου $j \geq 1$. Γιά $n = 0$, $xy^0 z \in L$, δηλ., $0^i (0^j)^0 0^{m_L - i - j} 1^{m_L} 0^{m_L} = 0^{m_L - j} 1^{m_L} 0^{m_L} \in L$.

Ἀφοῦ $j \geq 1$, $m_L - j < m_L$. Ἀντίφαση (πρός τό ὅτι $\ell \geq m$)

## Ζήτημα 5 (42 μονάδες)

Θεωρείστε τήν παρακάτω γραμματική χωρίς συμφραζόμενα:

$$(\{S, B, a, b\}, \{a, b\}, \{S \to BBS,\ S \to ba,\ S \to bba,\ B \to ba,\ B \to ab,\ B \to e\}, S)$$

Ἡ γραμματική αὐτή, παρόλο πού δέν εἶναι κανονική, παράγει μιά κανονική γλώσσα. Βρεῖτε:

(α) μιά κανονική ἔκφραση πού παριστᾶ τή γλώσσα,

(β) ἕνα μή ντετερμινιστικό πεπερασμένο αὐτόματο πού δέχεται τή γλώσσα, καί

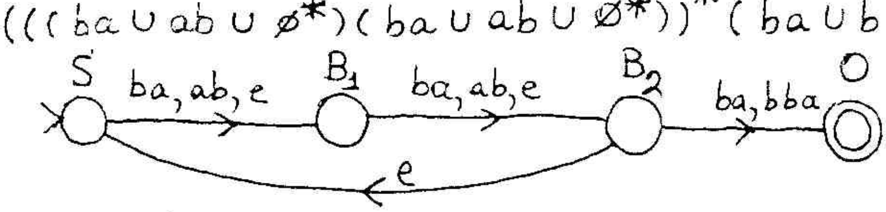
(γ) μιά κανονική γραμματική πού τήν παράγει.

Μιά προσεκτική παρατήρηση τῶν κανόνων τῆς γραμματικῆς δείχνει ὅτι:

- τό (μή τελικό) σύμβολο B "ὁδηγεῖ" σέ λέξεις πού ἀνήκουν στή γλώσσα $L((ba \cup ab \cup \emptyset^*))$
- μαζί ἡ ἀκολουθία (τῶν μή τελικῶν συμβόλων) BB "ὁδηγεῖ" σέ λέξεις πού ἀνήκουν στή γλώσσα $L((ba \cup ab \cup \emptyset^*)(ba \cup ab \cup \emptyset^*))$
- τό (ἀρχικό) σύμβολο S "ὁδηγεῖ" σέ λέξεις πού εἶναι συμπτήξεις
  - σύμπτηξης λέξεων πού "παράγονται" ἀπό τήν ἀκολουθία (μή τελικῶν συμβόλων) BB
  - μίας ἀπό τίς λέξεις ba καί bba

(α) $(((ba \cup ab \cup \emptyset^*)(ba \cup ab \cup \emptyset^*))^*(ba \cup bba))$

(β)




(γ) $S \to ba\,B_1 \mid ab\,B_1 \mid$

$B_1 \to ba\,B_2 \mid ab\,B_2 \mid B_2$

$B_2 \to S \mid ba\,O \mid bba\,O$. $O \to e$