

5η Σειρά Ασκήσεων

- Παράδοση: 4 Δεκεμβρίου 2008

1. (25 + 25 = 50 μονάδες) Το πρόβλημα αυτό αφορά τις μηχανές απαρίθμησης και τις αντίστοιχες απαριθμήσιμες γλώσσες.

(α) Ορίζουμε τη γλώσσα L_1 ως το σύνολο κωδικοποιήσεων μηχανών Turing το οποίο ικανοποιεί τις εξής δύο συνθήκες:

- Για κάθε κωδικοποίηση $\rho(M) \in L_1$, η μηχανή Turing M είναι ολική.
- Για κάθε αναδρομική γλώσσα L , υπάρχει κωδικοποίηση $\rho(M) \in L_1$ τέτοια ώστε $L = L(M)$.

Χρησιμοποιείστε την τεχνική της διαγωνιοποίησης για να δείξετε ότι η γλώσσα L_1 δεν είναι απαριθμήσιμη.

(β) Ορίζουμε τη γλώσσα L_2 ως το σύνολο κωδικοποιήσεων μηχανών Turing το οποίο ικανοποιεί τις εξής δύο συνθήκες:

- Για κάθε κωδικοποίηση $\rho(M) \in L_2$, η γλώσσα $L(M)$ είναι αναδρομική.
- Για κάθε αναδρομική γλώσσα L , υπάρχει κωδικοποίηση $\rho(M) \in L_2$ τέτοια ώστε $L = L(M)$.

Αποδείξτε ότι η γλώσσα L_2 είναι απαριθμήσιμη.

2. (10 μονάδες) Θεωρούμε τη γλώσσα

$$L_3 = \{a^i b^{2i} a^{2i} b^i \mid i \geq 0\}.$$

Περιγράψτε (με όση μεγαλύτερη ακρίβεια μπορείτε) αυτόματο με δύο στοίβες M τέτοιο ώστε $L_3 = L(M)$.

3. (20 + 20 = 40 μονάδες) Παρουσιάστε γενικές γραμματικές οι οποίες παράγουν τις γλώσσες:

(α)

$$L_4 = \{a^i b^{2i} c^i \mid i \geq 0\}.$$

(β)

$$L_5 = \{a^i b^i c^i a^i b^i c^i \mid i \geq 0\}.$$

Εξηγείστε συνοπτικά την λειτουργία των γραμματικών σας.