

Φροντιστήριο 3

Η *Λογική Δένδρου Υπολογισμού* (CTL) ορίζεται ως το μικρότερο σύνολο ιδιοτήτων που παράγονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \Phi & ::= p \quad | \quad \neg \Phi \quad | \quad \Phi \vee \Psi \quad | \quad \mathbf{E} \phi \quad | \quad \mathbf{A} \phi \\ \phi & ::= \mathbf{X} \Phi \quad | \quad \Phi \mathbf{U} \Psi \end{aligned}$$

Σημασιολογία της CTL

Έστω δομή M κατάσταση s και ιδιότητα Φ . Ορίζουμε τις σχέσεις \models και \equiv όπου

$M, s \models \Phi$ αν και μόνο αν η ιδιότητα Φ ικανοποιείται στην κατάσταση s της δομής M

$M, w \models \phi$ αν και μόνο αν η ιδιότητα ϕ ικανοποιείται στην εκτέλεση w της δομής M ως εξής:

$M, s \models p$	αν και μόνο αν	$p \in \text{Label}(s)$
$M, s \models \neg \Phi$	αν και μόνο αν	δεν ισχύει ότι $M, s \models \Phi$
$M, s \models \Phi \vee \Psi$	αν και μόνο αν	$M, s \models \Phi$ ή $M, s \models \Psi$
$M, s \models \mathbf{E} \phi$	αν και μόνο αν	$M, w \models \phi$ για κάποιο μονοπάτι w που ξεκινά από την s
$M, s \models \mathbf{A} \phi$	αν και μόνο αν	$M, w \models \phi$ για κάθε μονοπάτι w που ξεκινά από την s
$M, w \models \mathbf{X} \Phi$	αν και μόνο αν	$M, w[1] \models \Phi$
$M, w \models \Phi \mathbf{U} \Psi$	αν και μόνο αν	υπάρχει $j \geq 0$ τέτοιο ώστε $M, w[j] \models \Psi$ και για κάθε $0 \leq k < j$, $M, w[k] \models \Phi$

όπου αν $w = s_0 s_1 s_2 \dots$, $w[i] = s_i$.

Αλγόριθμος μοντελοελέγχου της CTL

Για να διαπιστώσουμε κατά πόσο η κατάσταση s ικανοποιεί την ιδιότητα F :

- Χρησιμοποίησε τις πιο κάτω ισοδυναμίες, όπως χρειάζεται, έτσι ώστε η πρόταση να περιέχει μόνο τους τελεστές EX, EU, AF.
 - $\mathbf{AX} \Phi = \neg \mathbf{EX} \neg \Phi$
 - $\mathbf{A}(\Phi_1 \mathbf{U} \Phi_2) = \neg (\mathbf{E}[\neg \Phi_2 \mathbf{U} (\neg \Phi_1 \wedge \neg \Phi_2)]) \vee \mathbf{EG} \neg \Phi_2$
 - $\mathbf{EF} \Phi = \mathbf{E}(\mathbf{T} \mathbf{U} \Phi)$
 - $\mathbf{EG} \Phi = \neg \mathbf{AF} \neg \Phi$
 - $\mathbf{AG} \Phi_1 = \neg \mathbf{EF} \neg \Phi_1$
- Κτίσε το δένδρο που αντιστοιχεί στην ιδιότητα.
- Υπολόγισε το σύνολο $\text{Sat}(p)$ για τις ιδιότητες που βρίσκονται στα φύλλα του δένδρου της ιδιότητας.
- Συνέχισε με τις υπο-ιδιότητες που βρίσκονται σε ύψος 1 στο δένδρο της ιδιότητας, στις υπο-ιδιότητες που βρίσκονται σε ύψος 2, και ούτω καθεξής μέχρι να φτάσεις στη ρίζα του δένδρου.
- Επέστρεψε τη λογική τιμή που εκφράζει κατά πόσο η s ανήκει στο σύνολο $\text{Sat}(F)$

Άσκηση 1

Θεωρήστε τον ανελκυστήρα της Άσκησης 1, Φροντιστήριο 8. Να εκφράσετε τις πιο κάτω ιδιότητες στη CTL.

- i. Η πόρτα του ανελκυστήρα δεν είναι ανοικτή όταν ο ανελκυστήρας κινείται.
- ii. Είναι δυνατόν ο ανελκυστήρας να μην μεταβεί ποτέ στον όροφο 1.
- iii. Όλα τα αιτήματα του ανελκυστήρα κάποτε ικανοποιούνται.
- iv. Αν ο ανελκυστήρας κληθεί από τον τελευταίο όροφο τότε θα μετακινηθεί αμέσως προς αυτόν χωρίς να κάνει καμιά στάση καθ' οδόν.

at_i	Ο ανελκυστήρας βρίσκεται στον i -οστό όροφο
go_up	Ο ανελκυστήρας ανεβαίνει
go_down	Ο ανελκυστήρας κατεβαίνει
$stop$	Ο ανελκυστήρας είναι στάσιμος
$open$	Η πόρτα του ανελκυστήρα είναι ανοικτή
$press_up_i$	Κάποιος έχει πατήσει το κουμπί up στον i -οστό όροφο
$press_down_i$	Κάποιος πατά το κουμπί $down$ στον i -οστό όροφο
$press_i$	Κάποιος πατά το κουμπί του i -οστού ορόφου μέσα στον ανελκυστήρα

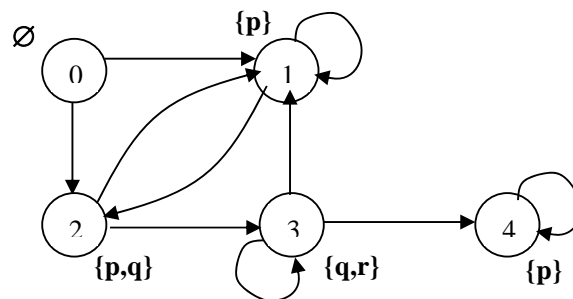
Άσκηση 2

Να ελέγξετε ποιες από τις πιο κάτω ιδιότητες αποτελούν ταυτολογίες, δίνοντας είτε απόδειξη της συνεπαγωγής είτε κάποιο αντιπαράδειγμα.

- i. $EG p \rightarrow AG p$
- ii. $AF p \vee AF q \rightarrow AF (p \vee q)$
- iii. $AF (p \vee q) \rightarrow AF p \vee AF q$
- iv. $AF p \wedge AF q \rightarrow AF (p \wedge q)$

Άσκηση 3

Θεωρήστε την πιο κάτω δομή Kripke.



Να αποφασίσετε ποιες καταστάσεις της δομής ικανοποιούν τις πιο κάτω ιδιότητες χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο μοντελο-ελέγχου της CTL.

- i. $E(r U q) \wedge AF q$
- ii. $EF E(p U AG (q \rightarrow r))$