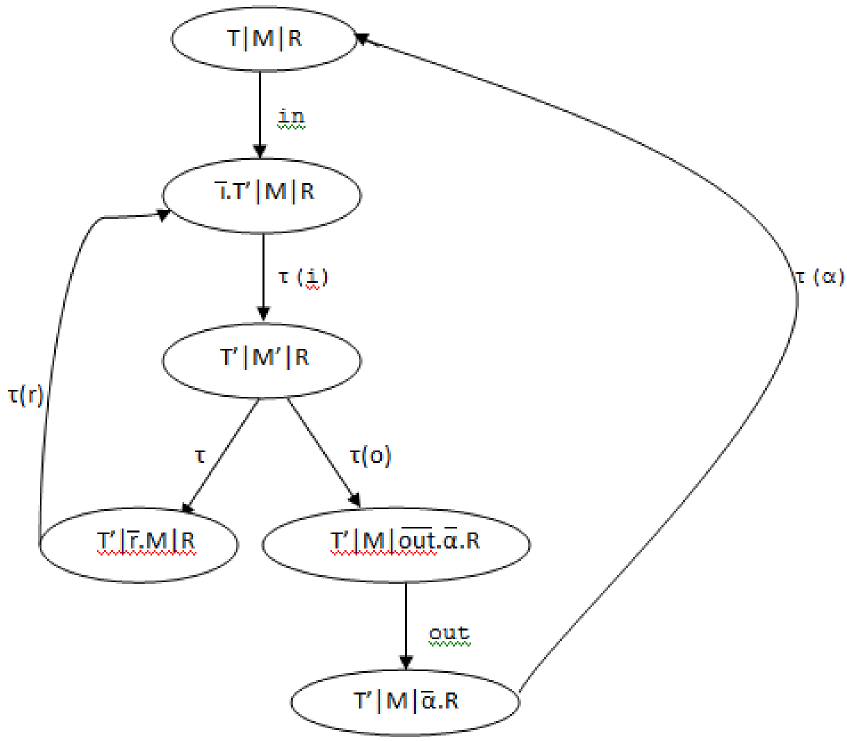
Σειρά Προβλημάτων 5 – Λύσεις

Άσκηση 1

(α) Ακολουθεί το ζητούμενο σύστημα μεταβάσεων. Σημειώστε ότι ο περιορισμός \\L, όπου L ={i, o, r, a} παραλείπεται από όλες τις καταστάσεις για πιο προσιτή παρουσίαση.



Η σχέση ασθενούς δυπροσομοίωσης φαίνεται πιο κάτω:

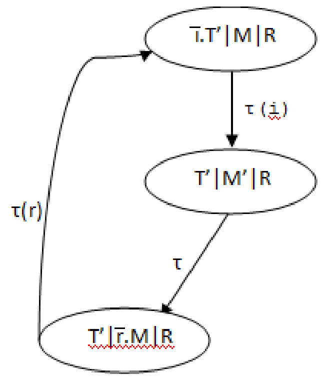
$$R = \{((T/M/R)\backslash L, B), ((\bar{i}.T' /M' / R)\backslash L, \overline{out}.B), ((T'/M'/R)\backslash L, \overline{out}.B),$$
$$(T'/\bar{r}.M'/R)\backslash L, \overline{out}.B), (T'/M/\overline{out}.\bar{a}.R)\backslash L, \overline{out}.B), (T'/M/\bar{a}.R)\backslash L, B)\}$$

(β)Παρουσιάζεται η παραγωγή της πρώτης μετάβασης:

$$\dfrac{\dfrac{in.\bar{i}.T' \xrightarrow{a_0} \bar{i}.T' \quad (\mathrm{Act})}{T \xrightarrow{in} \bar{i}.T' \quad (\mathrm{Con})} \; T \stackrel{def}{=} in.\bar{i}.T'}{T \mid M \mid R \xrightarrow{in} \bar{i}.T' \mid M \mid R \quad (\mathrm{Com}_1)}$$

$$\dfrac{T \mid M \mid R \xrightarrow{in} \bar{i}.T' \mid M \mid R}{(T \mid M \mid R) \setminus L \xrightarrow{in} (\bar{i}.T' \mid M \mid R) \setminus L \quad (\mathrm{Res})} \; , in \notin L$$

(γ) Η διεργασία B δεν έχει τη δυνατότητα εκτέλεσης ατέρμονων εσωτερικών βρόγχων δεδομένου ότι δεν εκτελεί καμιά εσωτερική ενέργεια. Αντίθετα στη διεργασία (T|M|R)\{i ,o ,r ,a} υπάρχει τέτοια δυνατότητα αφού μπορεί να εγκλωβιστεί στον ακόλουθο βρόγχο από εσωτερικές ενέργειες:



Αυτό εισηγείται ότι η ασθενής δυπροσομοίωση δεν συγκρίνει την ικανότητα εκτέλεσης ατέρμονων βρόχων διεργασιών υπό μελέτη.

Άσκηση 2

(a) $a.(b.0 + b.0)$
Η διεργασία είναι ισοδύναμη με την $a.b.0$. Σχέση δυπροσομοίωσης που τις συνδέει είναι η:
{ ($a.(b.0 + b.0)$, $a.b.0$), ($b.0 + b.0$, $b.0$), (0,0)}

(b) $a.b.0 + a.b.0$
Η διεργασία είναι ισοδύναμη με την $a.b.0$. Σχέση δυπροσομοίωσης που τις συνδέει είναι η:
{ ($a.b.0 + a.b.0$), $a.b.0$), ($b.0$, $b.0$), (0,0)}

(c) $a.\tau.b.0$
Η διεργασία δεν είναι ισοδύναμη με την $a.b.0$. Μετά από την ενέργεια a η $a.\tau.b.0$ είναι σε θέση να εκτελέσει την ενέργεια τ ενώ η διεργασία $a.b.0$ όχι.

(d) $a.b.0 + a.0$
Η διεργασία δεν είναι ισοδύναμη με την $a.b.0$. Ενώ έχουμε $a.b.0 + a.0 \xrightarrow{a} 0$ η διεργασία $a.b.0$ έχει μόνο την a-μετάβαση $a.b.0 \xrightarrow{a} b.0$. Αφού οι διεργασίες 0 και $b.0$ δεν είναι ισοδύναμες, ούτε οι διεργασίες $a.b.0 + a.0$ και $a.b.0$ είναι ισοδύναμες.

(e) $a.0 \mid b.0$
Η διεργασία δεν είναι ισοδύναμη με την $a.b.0$. Ενώ έχουμε $a.0 \mid b.0 \xrightarrow{b} a.0 \mid 0$ η διεργασία $a.b.0$ δεν μπορεί να εκτελέσει την ενέργεια b.

(f) $a.b.0 + 0$
Η διεργασία είναι ισοδύναμη με την $a.b.0$. Σχέση δυπροσομοίωσης που τις συνδέει είναι η:
{ ($a.(b.0 + 0)$, $a.b.0$), ($b.0 + 0$, $b.0$), (0,0)}

(g) $a.(b.0 \mid c.0)\backslash\{c\}$
Η διεργασία είναι ισοδύναμη με την $a.b.0$. Σχέση δυπροσομοίωσης που τις συνδέει είναι η:

{ (*a*.(*b*.0 | *c*.0)\{*c*}, *a*.*b*.0), ((*b*.0 | *c*.0)\{*c*}, *b*.0), ((0 | *c*.0)\{*c*}, 0)}

Άσκηση 3

(α) Οι διεργασίες P_1 και P_2 ορίζονται όπως φαίνεται πιο κάτω. Οι μεταβλητές x[0] και x[1] παρουσιάζονται μέσω επίσης πιο κάτω μέσω δύο εξισώσεων η κάθε μια όπου γράφοντας X_i^j αναφερόμαστε στην μεταβλητή x[i] η οποία έχει τιμή ίση με j. Τέλος η μεταβλητή t παρουσιάζεται μέσω των διεργασιών T_1 και T_2 όπου ο υποδείκτης παρουσιάζει την τιμή της μεταβλητής t.

$$P_1 \stackrel{def}{=} \overline{write_0^1}.\overline{write_t^2}.(read_1^0.enter.exit.\overline{write_0^0}.P_1 + read_t^0.enter.exit.\overline{write_0^0}.P_1)$$

$$P_2 \stackrel{def}{=} \overline{write_1^1}.\overline{write_t^1}.(read_0^0.enter.exit.\overline{write_1^0}.P_2 + read_t^1.enter.exit.\overline{write_1^0}.P_1)$$

$$X_0^0 \stackrel{def}{=} write_0^1.X_0^1 + write_0^0.X_0^0 + \overline{read_0^0}.X_0^0$$

$$X_0^1 \stackrel{def}{=} write_0^0.X_0^0 + write_0^1.X_0^1 + \overline{read_0^1}.X_0^1$$

$$X_1^0 \stackrel{def}{=} write_1^1.X_1^1 + write_1^0.X_1^0 + \overline{read_1^0}.X_1^0$$

$$X_1^1 \stackrel{def}{=} write_1^0.X_1^0 + write_1^1.X_1^1 + \overline{read_1^1}.X_1^1$$

$$T_1 \stackrel{def}{=} write_t^1.T_1 + write_t^0.T_2 + \overline{read_t^0}.T_1$$

$$T_2 \stackrel{def}{=} write_t^0.T_2 + write_t^1.T_1 + \overline{read_t^1}.T_2$$

Το σύστημα ορίζεται ως την παράλληλη σύνθεση των δύο διεργασιών, των δύο μεταβλητών αρχικοποιημένων με 0, και με όλα τα κανάλια εκτός από τα enter (εισαγωγή στο κρίσιμο τμήμα) και exit (έξοδος από το κρίσιμο τμήμα) να βρίσκονται στο σύνολο περιορισμού.

$$System \stackrel{def}{=} (P_1 \mid P_2 \mid X_1^0 \mid X_2^0 \mid T_1\ ) \setminus \{write_0^1, write_0^0, read_0^1, read_0^0, write_1^1, write_1^0, read_1^1, read_1^0, write_t^1, write_t^0, read_t^1, read_t^0\}$$

(β) Ο έλεγχος για αμοιβαίο αποκλεισμό γίνεται με έλεγχο ύπαρξης ασθενούς ισοδυναμίας ανάμεσα στο System και την πιο κάτω διεργασία:

$$Spec \stackrel{def}{=} enter.exit.Spec$$

Ελέγχοντας την ισοδυναμία αυτή μπορούμε να δείξουμε ότι το πρωτόκολλο είναι όντως ισοδύναμο με την προδιαγραφή *Spec* και επομένως εγγυάται αμοιβαίο αποκλεισμό.

Άσκηση 4

(α) Έχουμε φτάσει σε αδιέξοδο: [-] *false*

(β) Η εκτέλεση κάποιας ενέργειας είναι δυνατή: $\langle - \rangle$ *true*

(γ) Η ενέργεια *a* θα εκτελεστεί οπωσδήποτε: $\langle a \rangle$ *true*

(δ) Η ιδιότητα Φ ικανοποιείται στην επόμενη κατάσταση του συστήματος: $\langle - \rangle\ true \wedge [-]\ \Phi$

Η ιδιότητα $\langle - \rangle\ true \wedge [-](\langle - \rangle\ true \wedge [-](\langle - \rangle\ true \wedge [-a]\ false))$ εκφράζει ότι η εκτέλεση κάποιας ενέργειας είναι δυνατή και, μετά από οποιαδήποτε ενέργεια, είναι δυνατό να εκτελέσουμε μόνο την ενέργεια *a*.

Άσκηση 5

(α) Θα δείξουμε ότι οι διεργασίες *P*+*Q* και *Q*+*P* είναι ισχυρά ισοδύναμες μεταξύ τους. Έστω η σχέση:

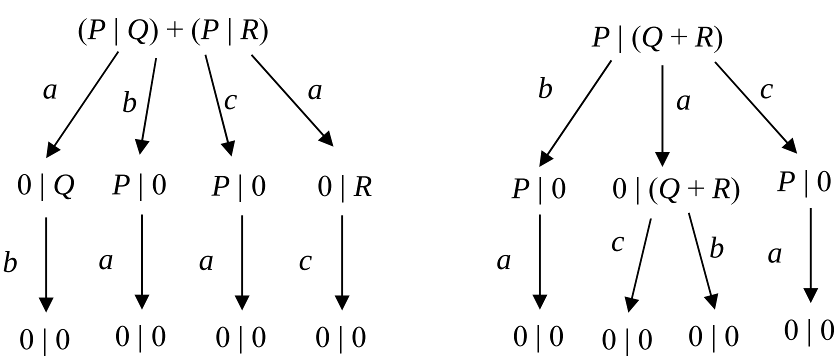
R = {(*E*+*F*, *F*+*E*)| *E*, *F* $\in$ Proc} $\cup$ {(*E*, *E*)| *E* $\in$ Proc}

Έστω (*S*, *T*) $\in$ R. Υπάρχουν δύο περιπτώσεις:

- Έστω *S* = *P*+*Q* και *T* = *Q*+*P* για κάποιες διεργασίες *P* και *Q*.
  - Έστω $S \xrightarrow{a} S'$ για κάποια ενέργεια *α*. Τότε, αν $P \xrightarrow{a} P' = S'$, $T \xrightarrow{a} P'$, όπου (*P'*,*P'*) $\in$ R. Με τον ίδιο τρόπο, αν $Q \xrightarrow{a} Q' = S'$, $T \xrightarrow{a} Q'$, όπου (*Q'*,*Q'*) $\in$ R.
  - Έστω $T \xrightarrow{a} T'$ για κάποια ενέργεια *α*. Τότε, αν $P \xrightarrow{a} P' = T'$, $S \xrightarrow{a} P'$, όπου (*P'*,*P'*) $\in$ R. Με τον ίδιο τρόπο, αν $Q \xrightarrow{a} Q' = T'$, $S \xrightarrow{a} Q'$, όπου (*Q'*,*Q'*) $\in$ R.
- Έστω *S* = *T* = *P*. Τότε είναι προφανές πως $S \xrightarrow{a} Q$ αν και μόνο αν $T \xrightarrow{a} Q$ όπου (*Q*,*Q*) $\in$ R.

Συνεπώς η σχέση R είναι μια ισχυρή δυπροσομοίωση.

(β) Οι διεργασίες δεν είναι ισοδύναμες μεταξύ τους. Αντιπαράδειγμα: Για *P* = *a*.0, *Q* = *b*.0 και *R* = *c*.0, όπως φαίνεται από τα συστήματα μεταβάσεων, μετά από μια *α* μετάβαση, η πρώτη διεργασία φθάνει σε κατάσταση από την οποία είναι δυνατή μόνο η εκτέλεση της ενέργειας *b*. Η μετάβαση αυτή δεν μπορεί να προσομοιωθεί από το δεύτερο σύστημα.



(γ) Οι δύο διεργασίες τ.*P* | *Q* και P | *Q* συνδέονται μέσω της πιο κάτω ασθενούς ισοδυναμίας:

R = {(τ.*P* |*Q*, *P* | *Q*), (*P* | *Q*, *P* | *Q*)), (*R*, *R*), $P, Q, R \in Proc$}