
Λογική στην Πληροφορική - Εισαγωγή

Στην ενότητα αυτή θα μελετηθούν τα εξής επιμέρους θέματα:

Οργάνωση του Μαθήματος

Αναδρομή στην Ιστορία της Λογικής

Διδασκαλία

Διαλέξεις: Δευτέρα και Πέμπτη, 12:00 - 13:30

Φροντιστήριο: Τετάρτη, 12:00 - 13:00

- Βοηθός του μαθήματος: To be announced!
- Τα φροντιστήρια θα ξεκινήσουν την επόμενη εβδομάδα.
- Ιστοσελίδα: <http://www.cs.ucy.ac.cy/~annap/EPL412/>

Περιγραφή

- Τα μάθημα θα παρουσιάσει τις κύριες έννοιες της Λογικής που βρίσκουν εφαρμογές στην Πληροφορική εστιάζοντας
 - στον προτασιακό λογισμό και
 - στον πρωτοβάθμιο κατηγορηματικό λογισμό
 - με έμφαση στην εφαρμογή των σχετικών εννοιών στην Πληροφορική.
- Προαπαιτούμενο:
 - ΕΠΑ 111 (Διακριτές Δομές στην Πληροφορική και Υπολογισμό)

Περιεχόμενα

- Προτασιακός Λογισμός
 - σύνταξη και σημασιολογία
 - κανονικές μορφές
 - τυπικά συστήματα και
 - οι έννοιες της ορθότητας, της συνέπειας, της πληρότητας και της συμπάγειας
 - Εφαρμογές
- Πρωτοβάθμιος κατηγορηματικός λογισμός:
 - σύνταξη και σημασιολογία
 - κανονικές μορφές
 - αποδεικτική θεωρία
 - εφαρμογές.
- Γραμμικός και Διακλαδωμένος Χρονικός Λογισμός (LTL, CTL): σύνταξη και σημασιολογία, αλγόριθμοι μοντελοελέγχου.
- Τριάδες Hoare και συστήματα απόδειξης της ορθότητας προγραμμάτων.

Στόχοι

Βασικός στόχος του μαθήματος είναι η προετοιμασία των φοιτητών για να χρησιμοποιήσουν τη Μαθηματική Λογική ως εργαλείο στην Πληροφορική.

- Ανάπτυξη λογικής και μαθηματικής ωριμότητας
- Εξοικείωση με τον συμπερασματικό συλλογισμό
- Αναγνώριση της Λογικής ως έναν από τους θεμέλιους λίθους της Πληροφορικής
- Εφαρμογές της Λογικής στην ανάλυση της ορθότητας προγραμμάτων και συστημάτων.

Βιβλιογραφία

- M. Huth and A. Ryan. *Logic in Computer Science: Modeling and Reasoning about Concurrent Systems*. Cambridge University Press, 2nd edition, 2004.
- M. Ben-Ari. *Mathematical Logic for Computer Science*. Springer-Verlag, 2nd edition, 2003.

Αξιολόγηση

5 σειρές ασκήσεων	20%
Ενδιάμεση Εξέταση	30%
Τελική εξέταση	50%

Τι είναι η Λογική;

- **Λογική** είναι οι αρχές του έγκυρου συλλογισμού και συμπερασμού.
- Ρίζες στη **Φιλοσοφία**
- Μέρος του **trivium** (βάση των ακαδημαϊκών σπουδών κατά τον Μεσαίωνα): *λογική, γραμματική, ρητορική*
Η Λογική είναι η τέχνη της σκέψης
Η Γραμματική είναι η τέχνη της επινόησης συμβόλων και του συνδυασμού αυτών για τη διατύπωση της σκέψης
Η Ρητορική είναι η τέχνη της διατύπωσης της σκέψης από άτομο σε άτομο μέσω κατάλληλης χρήσης της γλώσσας
(Quadrivium: Αριθμητική, Γεωμετρία, Μουσική, Αστρονομία)
- Λογική: Γλώσσα + Σημασιολογία + Συμπερασμός

Ιστορία της Λογικής

- 5ος αιώνας π.Χ. – 19ος αιώνας μ.Χ.
 - Συλλογιστική Λογική
- Μέσα με τέλη του 19 αιώνα μ.Χ.
 - Συμβολική Λογική
- Τέλη του 19ου αιώνα – μέσα του 20ου αιώνα
 - Μαθηματική Λογική
- Μέσα του 20ου αιώνα – σήμερα
 - Λογική στην Πληροφορική

Ιστορία της Λογικής – Συλλογιστική Λογική

- **Αριστοτέλης** – Πατέρας της Λογικής
- Επιχειρήματα σε φυσική γλώσσα και εξαγωγή συμπερασμάτων από βασικές αλήθειες
- **Συλλογισμός**

Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί.
Ο Σωκράτης είναι άνθρωπος.
Συμπέρασμα: Ο Σωκράτης είναι θνητός



Για κάθε x . $M(x) \Rightarrow D(x)$
Αν γνωρίζουμε ότι ισχύει $M(S)$
Τότε ισχύει και $D(S)$

Ιστορία της Λογικής

- Η φυσική γλώσσα είναι ανακριβής.

Κάποια αυτοκίνητα έχουν κόκκινο χρώμα.
Το αυτοκίνητό μου είναι κάποιο αυτοκίνητο.
Συμπέρασμα: Το αυτοκίνητό μου είναι κόκκινο.

- Παράδοξα

Αυτή η πρόταση είναι ψευδής.

Καθηγητής: Την επόμενη βδομάδα θα έχουμε απρόοπτο διαγώνισμα. Την ημέρα που θα πάρετε το διαγώνισμα θα εκπλαγείτε!

Φοιτητές: Το διαγώνισμα δεν θα γίνει την Παρασκευή γιατί όταν έρθει το μάθημα της Παρασκευής θα γνωρίζουμε οπωσδήποτε ότι το διαγώνισμα θα γίνει αυτή τη μέρα και δεν θα εκπλαγούμε.

Εφόσον όμως δεν θα γίνει την Παρασκευή δεν μπορεί να γίνει ούτε και την Πέμπτη (διότι όταν έρθει η Πέμπτη θα είμαστε σίγουροι ότι το διαγώνισμα θα γίνει εκείνη την ημέρα εφόσον αν δεν γίνει τότε θα πρέπει να γίνει την Παρασκευή).

Για τον ίδιο λόγο δεν μπορεί να γίνει την Τετάρτη, την Τρίτη ή την Δευτέρα.
Το διαγώνισμα γίνεται την Τρίτη και όλοι οι φοιτητές εκπλήσσονται!!

- Ανάγκη για χρήση συμβολικής γλώσσας...

Ιστορία της Λογικής – Συμβολική Λογική

- Απόδοση της Λογικής μέσω μαθηματική γλώσσας
- George Boole, 1847: Boolean Algebra

“The design of the following treatise is to investigate the fundamental laws of the operations of the mind by which reasoning is performed; to give expressions to them in the symbolic language of a calculus, and upon this foundation to establish the science of logic and construct its methods.”

- Αναλογία προς:
$$a(b+c) = ab + ac \qquad x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z)$$
- Charles Ludwig Dodgeson (Lewis Carol): Διαγράμματα Venn
- Ernst Schroeder: Γρήγοροι αλγόριθμοι για εξαγωγή συμπερασμάτων Προπάτορας της μεθοδολογίας αυτοματοποιημένης απόδειξης θεωρημάτων (theorem proving).

Ιστορία της Λογικής – Μαθηματική Λογική (1)

- Ανάγκη ύπαρξης δυνατού υποβάθρου απόδειξης για την ανάπτυξη των Μαθηματικών.
- **Frege 1879**: Λογική – η γλώσσα των Μαθηματικών
 - Ραγδαία πρόοδος, π.χ. η ανάπτυξη των αποδείξεων ε-δ στον Απειροστικό Λογισμό
- Cantor: Θεωρία Συνόλων, Ύπαρξη μη-πεπερασμένου αριθμού της ποσότητας ∞

Ιστορία της Λογικής – Μαθηματική Λογική (2)

- Το πρόγραμμα του David Hilbert
 - Η επινόηση ενός τυπικού συστήματος που θα επιτρέπει την απόδειξη κάθε μαθηματικής αλήθειας μέσω μιας μηχανικής διαδικασίας
 - Υπάρχει η έννοια της Μαθηματικής Πληρότητας (completeness);
Μία πρόταση είναι είτε αληθής είτε ψευδής.
 - Υπάρχει η έννοια της Μαθηματικής Συνέπειας (consistency);
Μία πρόταση δεν μπορεί ναδειχθεί ως αληθής και ψευδής ταυτόχρονα.
 - Υπάρχει η έννοια της Μαθηματικής Αποφασισιμότητας (decidability);
Κάθε μαθηματική πρόταση μπορεί ναδειχθεί μέσω μιας διαδικασίας ως αληθής ή ψευδής.

Ιστορία της Λογικής – Μαθηματική Λογική (3)

- Το πρόγραμμα του David Hilbert
 - **Bertrand Russel**. Το παράδοξο του Russel
$$T = \{S \mid S \notin S\}$$
$$T \in T \Leftrightarrow T \notin T, \text{ αντίφαση!}$$
- Godel's First Incompleteness Theorem: Ένα τυπικό σύστημα ικανό να διατυπώσει προτάσεις σχετικά με το τι είναι αποδείξιμο περιέχει πάντα αληθείς προτάσεις την ορθότητα των οποίων δεν μπορεί να αποδείξει, δηλαδή, δεν είναι **πλήρες**.
- Godel's Second Incompleteness Theorem: Ένα τυπικό σύστημα ικανό να διατυπώσει αριθμητικές προτάσεις δεν μπορεί να αποδείξει την **συνέπειά** του.
- Alonzo Church και Alan Turing:
 - Η πρωτοβάθμια λογική είναι μη-αποφασίσιμη.
 - Υπάρχουν προβλήματα τα οποία κανένας αλγόριθμος δεν μπορεί να επιλύσει. Επομένως δεν μπορεί να υπάρχει κάποιος αλγόριθμος ο οποίος να μπορεί να παράξει κάθε μαθηματική αλήθεια.

Ιστορίας της Λογικής – Λογική στην Πληροφορική

- Λογική στην Πληροφορική: μαθηματικό υπόβαθρο καθώς και εργαλείο
- Προσφέρει μία πλειάδα από γλώσσες και μοντέλα (κυκλώματα, τύποι, διατύπωση ερωτημάτων σε βάσεις δεδομένων, χρονικές λογικές)

“It is reasonable to expect that the relationship between computation and mathematical logic will be as fruitful in the next century as that between physics and analysis in the last.”

J. McCarthy, 1961

“Logic plays a similar role in Computer Science to that played by calculus in the physical sciences and traditional engineering disciplines.”

M. Vardi, 2007

“Computer Science is applied logic.”

D. Leivant, 1998

Εφαρμογές της Λογικής στην Πληροφορική

- Αρχιτεκτονική – Boolean Circuits

Υπολογισμός με βάση τις λογικές πράξεις

ENIAC

Boole: Οι «κανόνες του μυαλού» έθεσαν τη βάση για του «κανόνες του υπολογισμού».

- Βάσεις Δεδομένων

- relational algebra,

- SQL, γλώσσα ισοδύναμη με πρωτοβάθμια λογική

- Τεχνητή Νοημοσύνη – αυτοματοποιημένες αποδείξεις, ευφυή συστήματα

- Τεχνολογία Λογισμικού – προδιαγραφή και επαλήθευση συστημάτων

- Η Λογική μας παρέχει τη δυνατότητα να διατυπώσουμε και να αποδείξουμε την ορθότητα των προγραμμάτων μας. (Intel bug 1995)

Εφαρμογές της Λογικής στην Πληροφορική

- Γλώσσες Προγραμματισμού
 - σημασιολογία, λογικός προγραμματισμός, συστήματα τύπων
- Θεωρία Αλγορίθμων – Πολυπλοκότητα
 - Κάποια προβλήματα είναι τόσο «δύσκολα» που κανένας υπολογιστής δεν μπορεί να τα λύσει λόγω της ύπαρξης ενός τεράστιου συνδυασμού δυνατοτήτων που χρειάζεται να διερευνηθεί για την επίλυσή τους. Η Λογική παρέχει τα εφόδια για να αναλύσουμε τι είναι επιλύσιμο. Θεωρία NP-Completeness
- Ασφάλεια Συστημάτων
 - proof-carrying code
- ...
- Το μάθημά μας θα μελετήσει την Προτασιακή και την Πρωτοβάθμια Λογική, Χρονικές και Τροπικές Λογικές καθώς και εφαρμογές τους σε περιοχές από τις πιο πάνω.