

## Σειρά Προβλημάτων 4

Ημερομηνία Παράδοσης: 27/11/19

### Άσκηση 1 (30 μονάδες)

Να αποδείξετε την ορθότητα των πιο κάτω προδιαγραφών.

(α)  $\models_{\text{tot}} \{m, n \geq 0\} P \{x = m \wedge y = n\}$  όπου ο κώδικας του P δίνεται πιο κάτω.

```
x := 0;
y := 0;
while (x < m || y < n){
  if x < m
    x := x + 1;
  else
    y := y + 1;
}
```

(β)  $\models_{\text{tot}} \{m \geq 0 \wedge n \geq 0\} P \{s = (m+r) \cdot n + 3\}$  όπου ο κώδικας του P δίνεται πιο κάτω.

```
i := 1;
s := 3;
while (i <= n){
  s := s + r;
  j := 1;
  while (j <= m)
    s := s + 1;
    j := j + 1;
  i := i + 1;
}
```

### Άσκηση 2 (18 μονάδες)

(α) Να αποδείξετε την ορθότητα της προδιαγραφής  $\models_{\text{par}} \{n \geq 0\} C \{r = x^n\}$  όπου ο κώδικας του C δίνεται πιο κάτω.

```
r := 1; p := x; e := n;
while e > 0 {
  if (e mod 2) != 0
    r := r * p;
  else
    r := r;
  p := p * p;
  e := e div 2;
}
```

(β) Να εξηγήσετε τις αλλαγές/προσθήκες που πρέπει να γίνουν στην απόδειξη από το μέρος

(α) έτσι ώστε να αποδειχθεί η ολική ορθότητα της προδιαγραφής.

### Άσκηση 3 (16 μονάδες)

Θεωρήστε το μοντέλο Kripke  $M=(W, R, L)$ , όπου

$W = \{r, s, t, u, v, w\}$

$R = \{r, s\}, (s, s), (u, u), (u, v), (v, u), (w, v), (w, w), (w, t)\}$ , και

$L(r) = \{p, q\}, L(s) = \{p\}, L(u) = \{q\}, L(t) = \{\}, L(v) = \{p\}$  και  $L(w) = \{p, q\}$ .

(α) Να παρουσιάσετε το μοντέλο M γραφικά.

(β) Για κάθε μια από τις πιο κάτω ιδιότητες να αποφασίσετε σε ποιους κόσμους του μοντέλου M ικανοποιείται.

i.  $\Diamond \Box \perp$

ii.  $\Box \Box q$

iii.  $\Diamond \Box q$

iv.  $\Diamond (q \vee \Box q)$

v.  $\Diamond^n (q \vee \Box q)$ , όπου το  $\Diamond^n$  συμβολίζει n εφαρμογές του τελεστή  $\Diamond$ ,  $n \geq 0$

(γ) Να δώσετε μια εναλλακτική απονομή ατομικών προτάσεων στους κόμβους του μοντέλου M (συνάρτηση L) έτσι ώστε να ικανοποιούνται ταυτόχρονα όλες οι πιο κάτω ιδιότητες

i.  $w \models \Diamond \Box p \rightarrow \Box p$

ii.  $r \models \neg p \rightarrow \Diamond \Diamond q$

iii.  $u \models \Box \Diamond \Box \neg q$

iv.  $v \models p \rightarrow \Diamond p$

v.  $s \models q \rightarrow \Box \neg q$

#### Άσκηση 4 (15 μονάδες)

Ποιες από τις πιο κάτω προτάσεις του βασικού τροπικού λογισμού είναι έγκυρες; Να αποδείξετε τις απαντήσεις σας.

(α)  $\Diamond \perp$

(β)  $\Diamond \top$

(γ)  $\Box p \rightarrow \Diamond p$

(δ)  $(\Box \phi \wedge \Diamond \psi) \rightarrow \Diamond \phi$

(ε)  $(\Box (p \wedge q) \wedge \neg \Diamond p) \rightarrow \Box \neg q$

#### Άσκηση 5 (21 μονάδες)

Να αποδείξετε τα πιο κάτω λογικά επακόλουθα του Τροπικού Λογισμού KT45.

(α)  $\vdash_K \Box (\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box \phi \rightarrow \Box \psi)$

(β)  $\Box (\phi \rightarrow \psi), \Diamond \phi \vdash_K \Diamond \psi$

(γ)  $\Box (\phi \vee \psi), \Box (\phi \rightarrow \chi), \Box (\psi \rightarrow \chi) \vdash_K \Box \chi$