

Σειρά Προβλημάτων 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 15/10/19

Άσκηση 1 (30 μονάδες)

Για κάθε μια από τις πιο κάτω προτάσεις να αποφασίσετε αν είναι έγκυρη. Αν μια πρόταση είναι έγκυρη να το αποδείξετε χρησιμοποιώντας τη σημασιολογία του Τάρσκι, διαφορετικά να παρουσιάσετε μοντέλο στο οποίο η πρόταση να είναι ψευδής.

$$(\alpha) \exists x \neg \exists y P(x,y) \rightarrow \forall y \neg \forall x P(x,y)$$

$$(\beta) \forall y \neg \forall x P(x,y) \rightarrow \exists x \forall y P(x,y)$$

$$(\gamma) [\forall x \exists y P(x,y) \wedge \forall x \forall y (P(x,y) \rightarrow P(y,x)) \wedge \forall x \forall y \forall z ((P(x,y) \wedge P(y,z) \rightarrow P(x,z))] \rightarrow \exists x P(x,x)$$

$$(\delta) \exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$$

$$(\epsilon) (\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow Q(x))$$

Ποιες από τις προτάσεις είναι ικανοποιήσιμες; Αποδείξτε τις απαντήσεις σας.

Άσκηση 2 (34 μονάδες)

Να αποδείξετε τα πιο κάτω λογικά επακόλουθα του κατηγορηματικού λογισμού.

$$(\alpha) \forall x \exists y P(x,y), \forall x \forall y (P(x,y) \rightarrow P(y,x)), \forall x \forall y \forall z ((P(x,y) \wedge P(y,z)) \rightarrow P(x,z)) \vdash \exists x P(x,x)$$

$$(\beta) \exists x (\phi \rightarrow \psi) \vdash \forall x \phi \rightarrow \psi, \text{ όπου το } x \text{ δεν εμφανίζεται ελεύθερο στην πρόταση } \psi$$

$$(\gamma) \forall x \phi \rightarrow \psi \vdash \exists x (\phi \rightarrow \psi), \text{ όπου το } x \text{ δεν εμφανίζεται ελεύθερο στην πρόταση } \psi$$

$$(\delta) \forall x \forall y ((f(x) = y) \rightarrow (g(y) = x)), \forall x \forall y ((g(x) = g(y)) \rightarrow x = y) \vdash \forall z (f(g(z)) = z)$$

Άσκηση 3 (16 μονάδες)

(α) Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της SLD επίλυσης για να φθάσετε σε διάψευση του στόχου στο πιο κάτω πρόγραμμα λογικού προγραμματισμού. Να υποθέσετε ότι τα σύμβολα α, β, γ είναι σταθερές ενώ τα υπόλοιπα σύμβολα (δηλαδή τα x, xs, y, ys, a, k) είναι μεταβλητές.

```
member(x, x:xs)
member(x, y:ys) ← member(x,ys)

nonmember(x, [])
nonmember(x, y:ys) ← nonmember(x,ys)

tomi_size(0, [], ys)
tomi_size(s(a),x:xs,ys) ← member(x,ys), tomi_size(a,xs,ys)
tomi_size(a,x:xs,ys) ← nonmember(x,ys), tomi_size(a,xs,ys)

← tomi_size(k, [α,β,γ], [γ,β])
```

(β) Ποια αντικατάσταση ορθής απάντησης προέκυψε κατά την εκτέλεση του προγράμματος στο μέρος (α);

[Σημείωση: Αν $xs = [x_1, \dots, x_n]$, τότε γράφουμε $x:xs$ για τη λίστα $[x, x_1, \dots, x_n]$. Επιπρόσθετα, το 0 είναι σταθερά που συμβολίζει τον ακέραιο 0 και το $s(x)$ συνάρτηση όπου για ακέραιο x , το $s(x)$ αναπαριστά τον ακέραιο $x+1$. Έτσι, π.χ., το $s(0)$ αναπαριστά τον ακέραιο 1, το $s(s(0))$ τον ακέραιο 2 και ούτω καθεξής.]

Άσκηση 4 (20 μονάδες)

Να γράψετε τις πιο κάτω προτάσεις στον Κατηγορηματικό Λογισμό και να υπολογίσετε την προτασιακή μορφή τους. Να αποδείξετε την εγκυρότητα του συλλογισμού χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο της Επίλυσης.

Π1. Τα ρομπότ είναι μηχανές.

Π2. Κάθε μηχανή φτιάχνεται είτε από κάποιο άνθρωπο είτε από κάποιο ρομπότ.

Π3. Ο Brainy είναι ένα ρομπότ.

Π4. Ο Brainy δεν φτιάχτηκε από κάποια μηχανή.

Συμπέρασμα : Ο Brainy φτιάχτηκε από κάποιο άνθρωπο.