



Φροντιστήριο 9, 17/11/10

Άσκηση 1

Ένας γράφος ονομάζεται k -χρωματίσιμος αν είναι δυνατό να χρωματίσουμε τους κόμβους του με k διαφορετικά χρώματα έτσι ώστε κανένα ζεύγος από γειτονικούς κόμβους να μην έχει το ίδιο χρώμα. Να προτείνετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου κάποιο γράφο $G = (V, E)$ αποφασίζει κατά πόσο ο γράφος είναι 2-χρωματίσιμος σε χρόνο $O(|V| + |E|)$.

Άσκηση 2

Ο Φαραώ της Αιγύπτου Alghamon IV σας έχει προσλάβει για να δουλέψετε στο κτίσιμο της πυραμίδας που θα χρησιμοποιηθεί για την ταφή του. Η πυραμίδα θα αποτελείται από n μεγάλες πέτρες s_1, \dots, s_n . Οι αρχιτέκτονες της πυραμίδας έχουν υπολογίσει μία σχέση \prec όπου, για δύο πέτρες s_i, s_j , ισχύει $s_i \prec s_j$ αν και μόνο αν η πέτρα s_i πρέπει να τοποθετηθεί πριν από την πέτρα s_j . Επίσης για κάθε πέτρα s γνωρίζουμε τον χρόνο $t(s)$ που απαιτείται για τοποθέτηση της στη σωστή θέση στην πυραμίδα.

α) Να σχεδιάσετε αποδοτικό αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου μια πέτρα, να υπολογίζει τον ελάχιστο χρόνο που χρειάζεται για την τοποθέτησή της, υποθέτοντας ότι πέτρες μπορούν να τοποθετηθούν στη θέση τους παράλληλα, εφόσον οι περιορισμοί της σχέσης \prec δεν παραβιάζονται.

Hint: Ο ελάχιστος χρόνος τοποθέτησης για την πέτρα i είναι το μήκος το u μεγαλύτερου κατευθυνόμενου μονοπατιού από την αρχή μέχρι το i .

β) Να σχεδιάσετε αποδοτικό αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου μια πέτρα να υπολογίζει τον μέγιστο χρόνο στον οποίο πρέπει να ολοκληρωθεί η τοποθέτηση της πέτρας έτσι ώστε η ολοκλήρωση της πυραμίδας να μην καθυστερήσει. Υποθέτουμε ότι οι πέτρες μπορούν να τοποθετηθούν στη θέση τους παράλληλα, εφόσον οι περιορισμοί της σχέσης \prec δεν παραβιάζονται.

Hint: Ο μέγιστος χρόνος τοποθέτησης για την πέτρα i + το μήκος του μεγαλύτερου κατευθυνόμενου μονοπατιού από το i μέχρι το τέλος δεν πρέπει να ξεπερνά το συνολικό χρόνο αποπεράτωσης του έργου. Ο μέγιστος χρόνος τοποθέτησης για την τελευταία πέτρα με τι πρέπει να ισούται;