

**Φροντιστήριο 11, 2/12/10**

1. Σας δίνεται ένας πίνακας από n ακεραίους με αρκετές επαναλήψεις στοιχείων έτσι που ο αριθμός των διακριτών στοιχείων του πίνακα να είναι της τάξης $O(\lg n)$. Να κατασκευάσετε ένα αλγόριθμο ταξινόμησης ο οποίος να ταξινομεί τον πίνακα χρησιμοποιώντας αριθμό συγκρίσεων της τάξης $O(n \lg \lg n)$. (Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κάποια βοηθητική δενδρική δομή.)
2. Ο καθηγητής L. M. Naive υποστηρίζει πως έχει ανακαλύψει μια νέα δομή δεδομένων για υλοποίηση ουράς προτεραιότητας η οποία επιτρέπει υλοποίηση κάθε μιας από τις πράξεις Insert, FindMax, και DeleteMax, σε χρόνο εκτέλεσης χειρίστης περίπτωσης $O(1)$. Να αποδείξετε ότι ο καθηγητής έχει λάθος.
3. Σας δίνεται μια λίστα της οποίας τα πρώτα n στοιχεία είναι ταξινομημένα, ενώ τα επόμενα $f(n)$ είναι σε τυχαία σειρά. Να προτείνετε αποδοτικό αλγόριθμο για να ταξινομήσετε ολόκληρη τη λίστα στις πιο κάτω περιπτώσεις:
 - (a) $f(n) \in O(1)$,
 - (b) $f(n) \in O(\lg n)$,
 - (c) $f(n) \in O(\sqrt{n})$.