



Φροντιστήριο 1, 22/09/10

1. Να αποδείξετε με τη μέθοδο της μαθηματικής επαγωγής ότι για κάθε $n \geq 7$, $3^n < n!$.
2. Θεωρήστε τις πιο κάτω συναρτήσεις

$$\begin{array}{ccc}
 \sqrt{n} & n & n^3 \\
 6 & \lg n & n^2 + \log n \\
 n \lg n & n^2 + 5n^3 & n^2
 \end{array}$$

Να συγκρίνετε τις συναρτήσεις αυτές ως προς την τάξη τους και να ταξινομήσετε τις κατηγορίες που προκύπτουν σε αύξουσα σειρά. (Θεωρούμε ότι δύο συναρτήσεις $f(n)$ και $g(n)$ ανήκουν στην ίδια κατηγορία αν και μόνο αν $f(n) \in \Theta(g(n))$ ή $g(n) \in \Theta(f(n))$).

3. Για κάθε μια από τις πιο κάτω προτάσεις αποφανθείτε κατά πόσο ισχύει ή όχι. Σε περίπτωση που πιστεύετε ότι μια πρόταση ισχύει, αποδείξτε την ορθότητά της χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των ασυμπτωτικών τάξεων. Αν πιστεύετε ότι μια πρόταση δεν ισχύει, τότε δώστε αντιπαράδειγμα.
 - (i) Αν $T_1(n) \in \Omega(f(n))$ και $T_2(n) \in \Omega(g(n))$, τότε $T_1(n) \cdot T_2(n) \in \Omega(f(n) \cdot g(n))$.
 - (ii) Για κάθε $k \geq 1$ και για κάθε $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k \in \mathfrak{R}$,
 $a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_k n^k \in O(n^k)$
 - (iii) Αν $f(n)$ θετική συνάρτηση του n , τότε $f(n) \in O((f(n))^2)$
 - (iv) Δείξτε ότι $\lg n^3 \in \Theta(\log_{16} n^5)$