



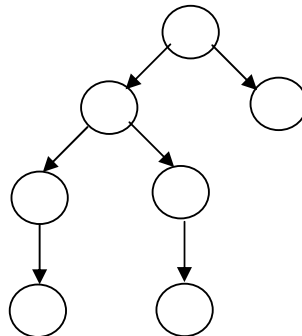
ΕΠΑ 231: Δομές Δεδομένων και Αλγόριθμοι

Κατ'οίκον Εργασία 3

Ημερομηνία Παράδοσης: 1/11/10

Άσκηση 1

[16 μονάδες] Έστω ένα δυαδικό δένδρο. Συμβολίζουμε ως l_i τον αριθμό φύλλων που βρίσκονται στο επίπεδο i του δένδρου. Για παράδειγμα, στο πιο κάτω δένδρο, $l_1 = 0$, $l_2 = 1$, $l_3 = 0$, και $l_4 = 2$.



Να αποδείξετε με τη μέθοδο της μαθηματικής επαγωγής ότι $\sum_{i=1}^{h+1} \frac{l_i}{2^{i-1}} \leq 1$.

Άσκηση 2

[16 μονάδες] Θέλουμε να εισάγουμε τους αριθμούς 1, 4, 5, 7, 8, 28, 29, 72, σε ένα 2-3 δένδρο. Να βρείτε κάποια σειρά εισαγωγής των στοιχείων που να δημιουργεί 2-3 δένδρο με τον μικρότερο δυνατό αριθμό κόμβων και κάποια σειρά εισαγωγής που να δημιουργεί 2-3 δένδρο με τον μεγαλύτερο δυνατό αριθμό κόμβων. Να εφαρμόσετε τις δύο σειρές εισαγωγών των στοιχείων δείχνοντας όλα τα ενδιάμεσα αποτελέσματα

Άσκηση 3

[38 μονάδες] Να εισηγηθείτε δενδρική δομή δεδομένων η οποία να υλοποιεί το γενεαλογικό δένδρο μιας οικογένειας. Συγκεκριμένα, για κάθε άτομο θέλουμε να αποθηκεύουμε τα εξής στοιχεία (α) ονοματεπώνυμο (β) χρονολογίες γεννήσεως και θανάτου (αν υπάρχει), (γ) όνομα συζύγου (αν υπάρχει) και (δ) δείκτες στα παιδιά του, αν έχει παιδιά. Η δομή θα πρέπει να υποστηρίζει τις πιο κάτω πράξεις:

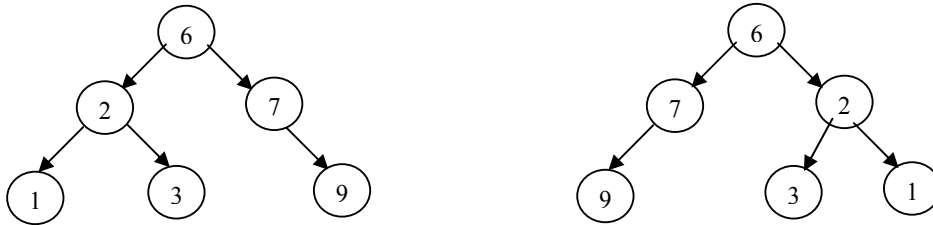
- (i) `Children(name)`: η διαδικασία αυτή θα πρέπει να τυπώνει τα παιδιά του ατόμου με ονοματεπώνυμο `name`.
- (ii) `NewChild(child, year, parent)`: η διαδικασία αυτή θα πρέπει εισάγει την πληροφορία της γέννησης του παιδιού `child` από το άτομο `parent` τη χρονολογία `year`.
- (iii) `Living(name)`: η διαδικασία αυτή θα πρέπει να τυπώνει τα ονοματεπώνυμα όλων των εν ζώη απογόνων του ατόμου `name`.

Να υπολογίσετε τον χρόνο εκτέλεσης των διαδικασιών σας και να συζητήσετε την αποδοτικότητα της υλοποίησής σας από άποψης χρόνου και χώρου.



Άσκηση 4

[30 μονάδες] Να υλοποιήσετε μια αναδρομική και μια μη αναδρομική διαδικασία οι οποίες, με δεδομένο εισόδο δείκτη στη ρίζα ενός AVL δένδρου, να εφαρμόζουν αντιστροφή των παιδιών κάθε κόμβου του δένδρου, δηλαδή, να μεταφέρουν το αριστερό παιδί στα δεξιά και το δεξί στα αριστερά. Παράδειγμα της ζητούμενης αντιστροφής φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. (Για τη μη-αναδρομική διαδικασία μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κάποια βοηθητική δομή.)



Άσκηση 5

[Προαιρετική] Θέλουμε να υλοποιήσουμε τον ΑΤΔ λεξικό υποστηρίζοντας την επιπλέον πράξη:

$\text{CountAllInRange}(k_1, k_2, D)$ υπολόγισε και επέστρεψε το πλήθος των στοιχείων του λεξικού D που ανήκουν στο πεδίο $[k_1, k_2]$

Να δείξετε πως μπορούμε να επεκτείνουμε τη δομή δεδομένων AVL-δένδρα έτσι ώστε η πιο πάνω πράξη να υλοποιείται σε χρόνο εκτέλεσης $O(\lg n)$.