

Θεωρία Υπολογισμού και Πολυπλοκότητα

Φροντιστήριο:
Ντετερμινιστικά και
Μη Ντετερμινιστικά
Πεπερασμένα Αυτόματα

22 Φεβρουαρίου 2008

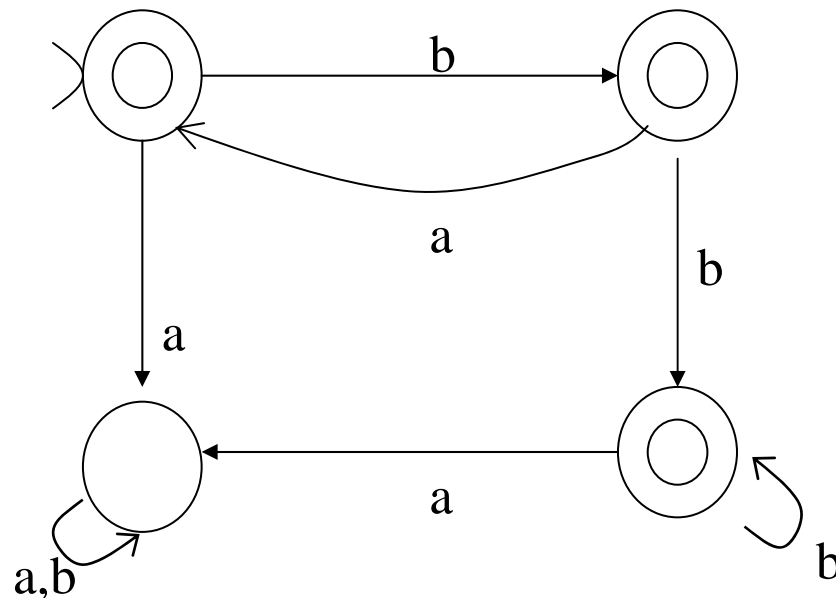
Δρ. Παπαδοπούλου Βίγη

1. Κατασκευή ΝΠΑ από λεκτική περιγραφή μιας γλώσσας

Να κατασκευάσετε ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα που να δέχονται κάθε μια από τις παρακάτω γλώσσες:

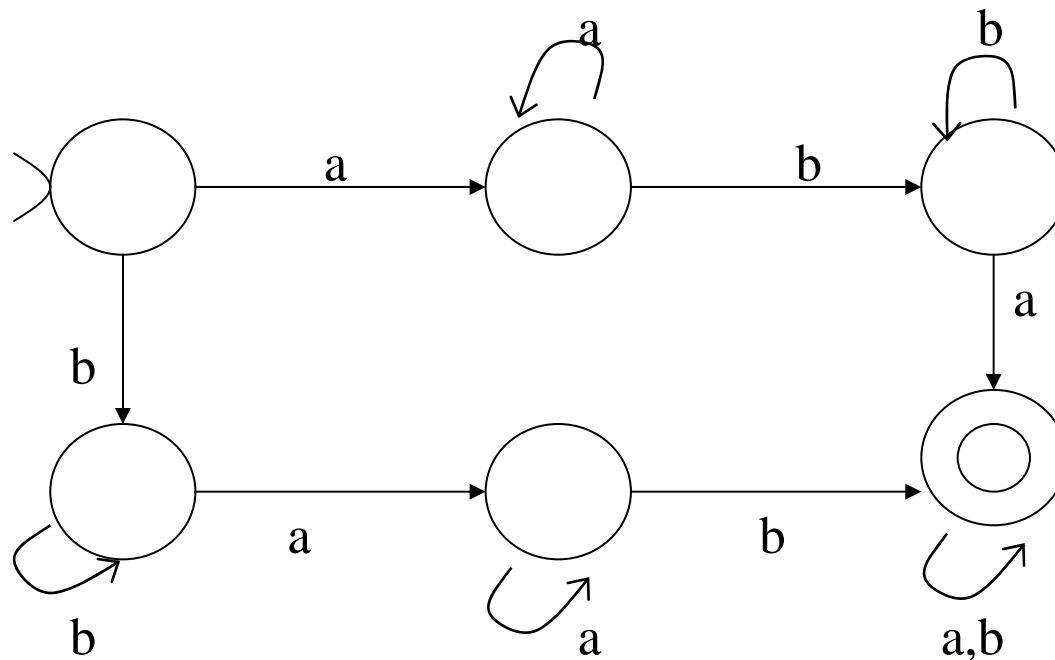
α) $\{ w \in \{a,b\}^* : \text{κάθε } a \text{ στην } w \text{ ακολουθεί ένα (ακριβώς) } b \}$

π.χ. ..ba..ba , όχι ..ba..bba



1. Κατασκευή ΝΠΑ από λεκτική περιγραφή μιας γλώσσας (συνέχεια)

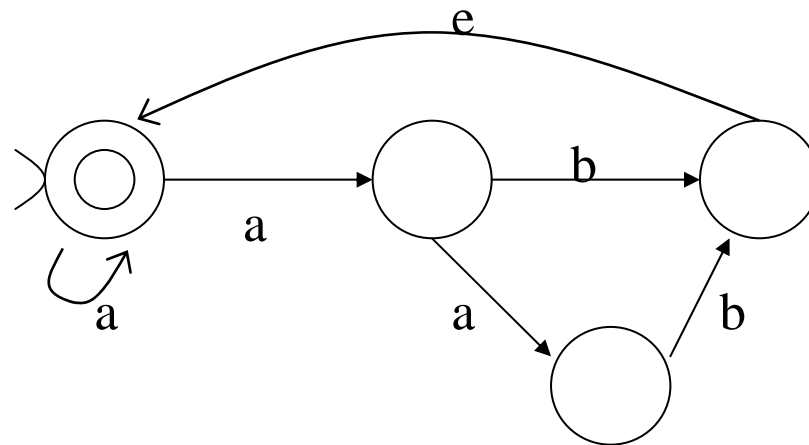
b) $\{ w \in \{a,b\}^* : w \text{ περιέχει το } ab \text{ και το } ba \}$



2. Κατασκευή ϵ -ΜΝΠΑ από περιγραφή μιας γλώσσας μέσω κανονικής έκφρασης

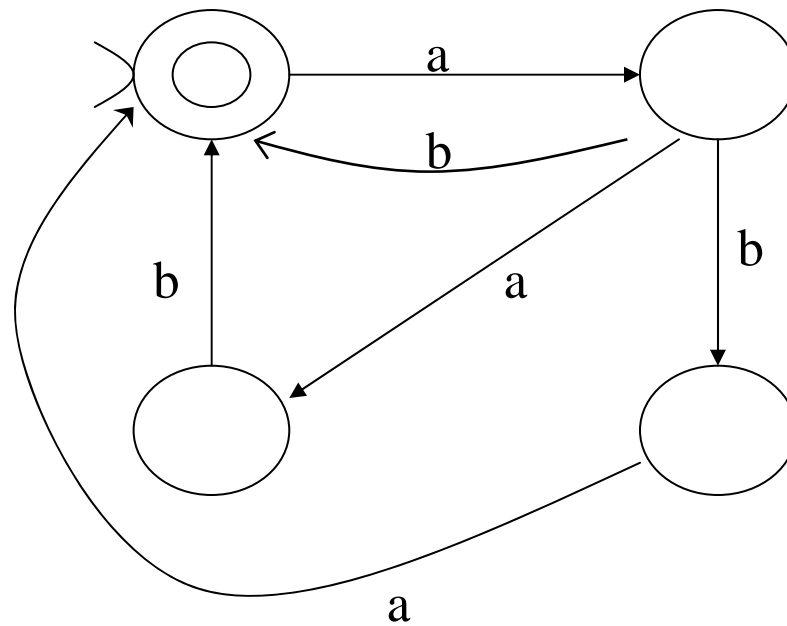
Να σχεδιάσετε διάγραμμα καταστάσεων για ϵ -ΜΝΠΑ για τις παρακάτω γλώσσες:

α) $((ab \cup aab)^*a^*)^*$



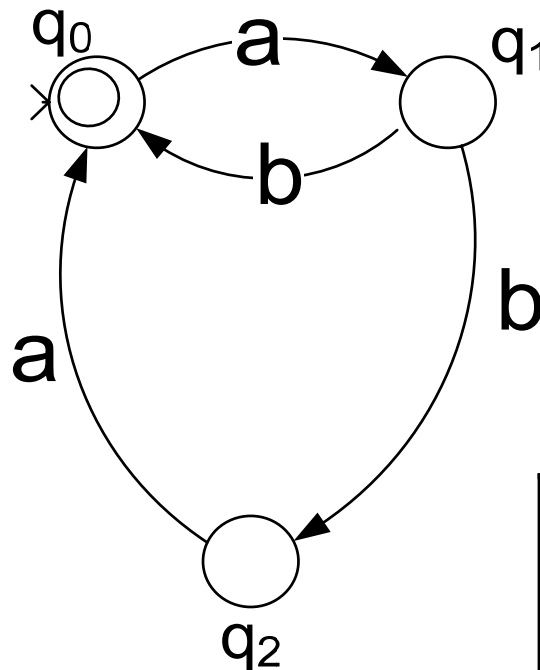
2. Κατασκευή ϵ -ΜΝΠΙΑ από περιγραφή μιας γλώσσας μέσω κανονικής έκφρασης (συνέχεια)

β) $(ab \cup aab \cup aba)^*$



3. Κατασκευή κανονικής έκφρασης ενός ΜΝΠΛΑ

- $Q = \{q_0, q_1\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $S = \{q_0\}$
- $F = \{q_0\}$



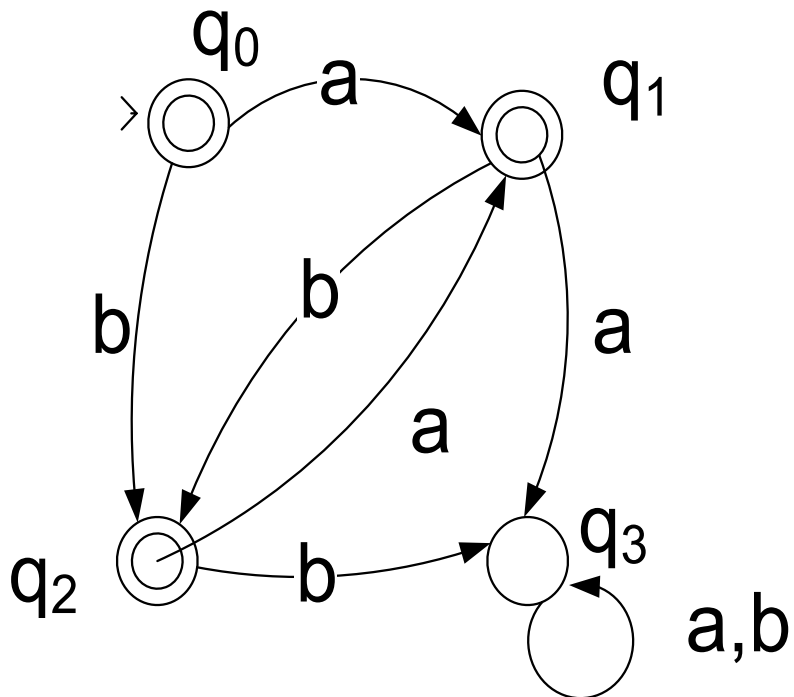
- Η ab είναι δεκτή?
- Η ba είναι δεκτή?
- Η aba είναι δεκτή?
- Η abb είναι δεκτή?
- $L = (ab \cup aba)^*$

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	q_1
q_1	b	q_2
q_1	b	q_0
q_2	a	q_0

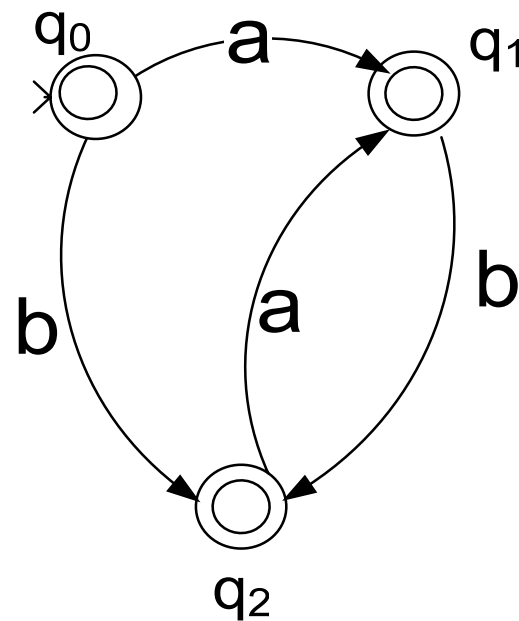
4. Κατασκευή ΝΠΑ και ΜΝΠΑ μιας γλώσσας που περιγράφεται λεκτικά

- $L = \{ \text{το σύνολο των λέξεων που δεν περιέχουν ούτε το } aa \text{ ούτε το } bb \text{ σαν υπολέξεις} \}$

Ντετερμινιστικό

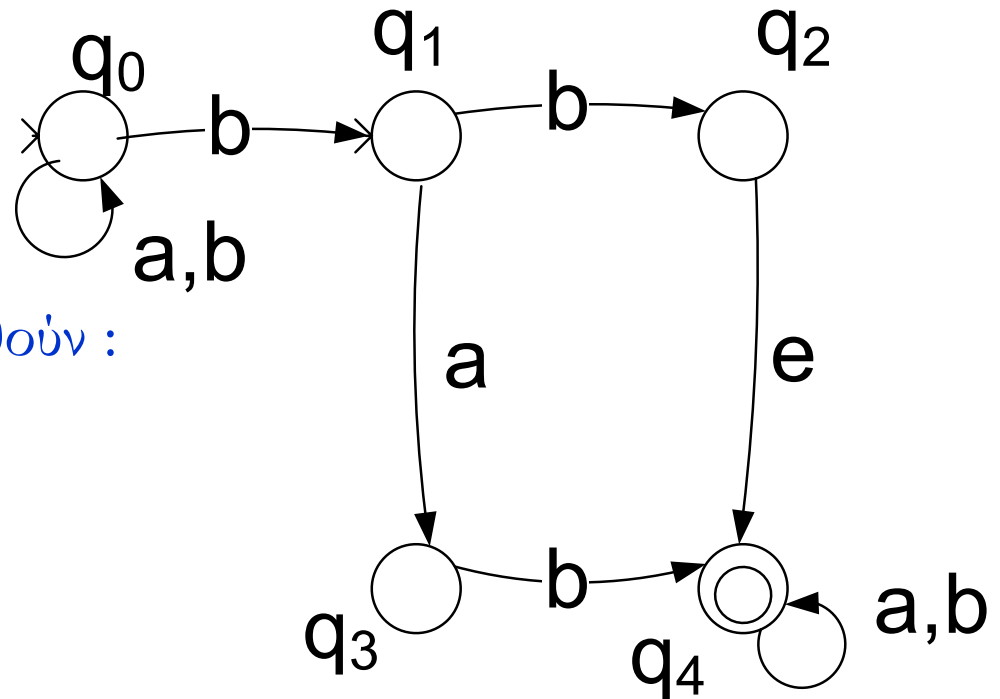


Μη-Ντετερμινιστικό



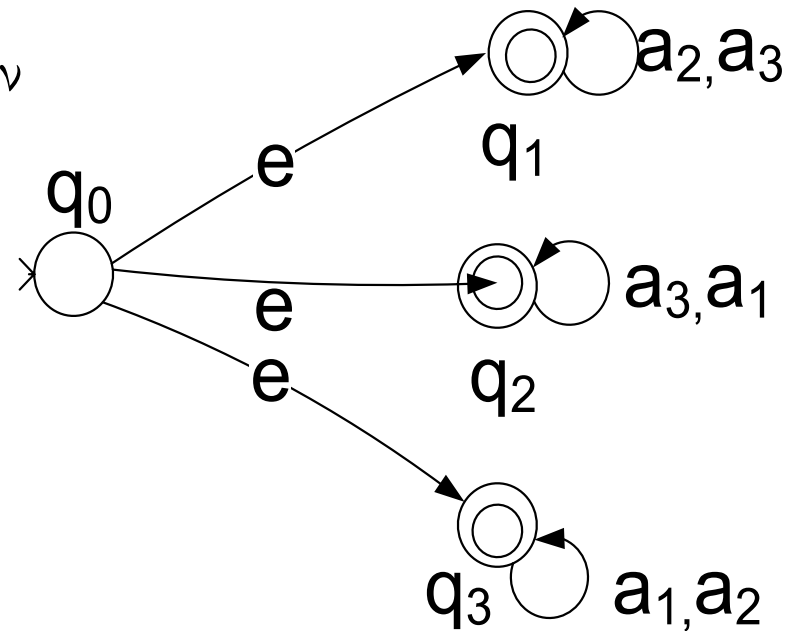
5. Κατασκευή ϵ -ΜΝΠΑ από λεκτική περιγραφή μιας γλώσσας

- $L = \{ \text{σύνολο λέξεων του αλφάβητου } \{a,b\}^* \text{ που περιέχουν την λέξη } bb \text{ ή τη λέξη } bab \}$
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
- $\Sigma = \{a,b\}$
- $S = \{q_0\}$
- $F = \{q_4\}$
- b , δύο περιπτώσεις ακολουθούν :
 - a :
 - b : OK
 - b : OK



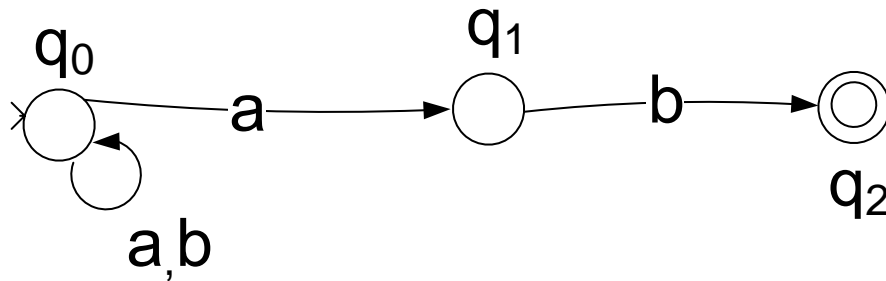
6. Κατασκευή ϵ -ΜΝΠΑ από λεκτική περιγραφή μιας γλώσσας

- $L = \{w: \text{υπάρχει σύμβολο } a_i \in \Sigma \text{ το οποίο δεν εμφανίζεται στην } w\}$
- Έστω $i=3$.
- Μαντεύει το σύμβολο που λείπει από
 - την είσοδο και μεταβαίνει στην
 - αντίστοιχη κατάσταση
 - στην οποία ελέγχει αν
 - πράγματι δεν εμφανίζεται
 - το σύμβολο.

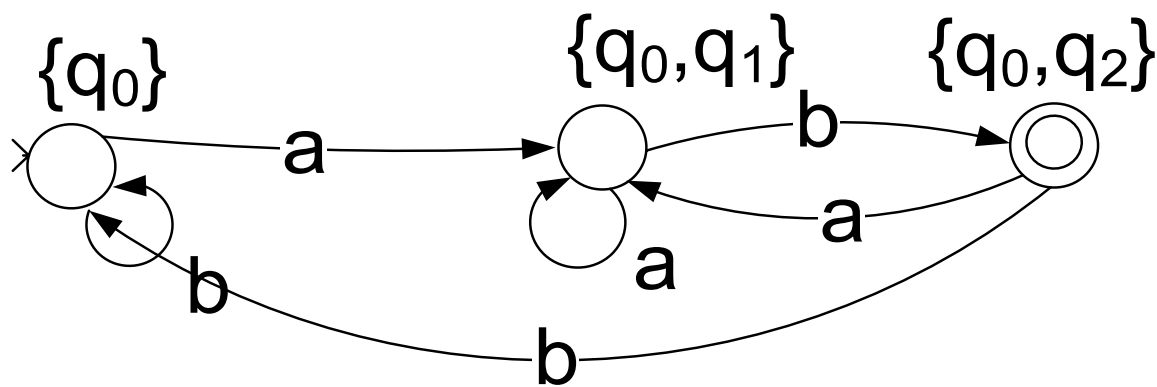


7. Κατασκευή ΝΠΑ από ΜΝΠΑ (χωρίς κενές μεταβάσεις)

Χρησιμοποιείστε την κατασκευή υποσυνόλων για να μετατρέψετε το παρακάτω μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.

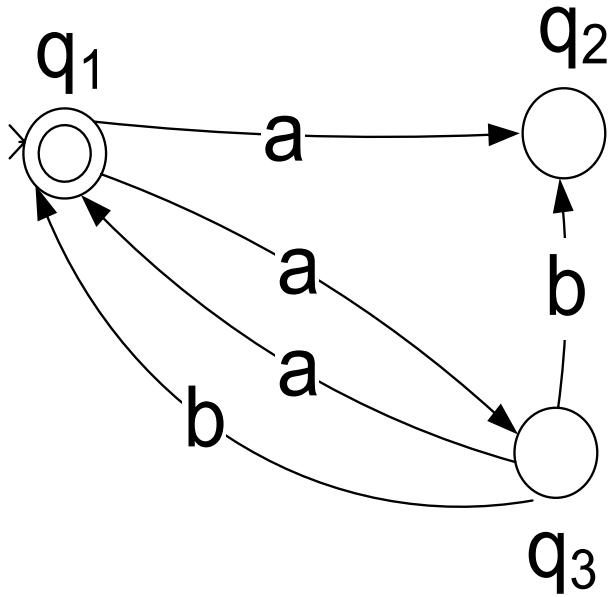


q	a	b
{q ₀ }	{q ₀ , q ₁ }	{q ₀ }
{q ₀ , q ₁ }	{q ₀ , q ₁ }	{q ₀ , q ₂ }
{q ₀ , q ₂ }	{q ₀ , q ₁ }	{q ₀ }



8. Κατασκευή ΝΠΑ από ΜΝΠΑ (χωρίς κενές μεταβάσεις)

Χρησιμοποιείστε την κατασκευή υποσυνόλων για να μετατρέψετε το παρακάτω μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.



ε-θήκη()

☞ **ε-θήκη(q):** $Q \rightarrow 2^Q$: μιας κατάστασης q είναι το σύνολο των καταστάσεων στις οποίες μπορεί να φτάσει το αυτόματο ξεκινώντας από τη συγκεκριμένη κατάσταση και ακολουθώντας κενές μεταβάσεις.

☞ **Ορισμός. ε-θήκη():** (Επαγωγικά)

- **Βάση:** για κάθε κατάσταση $q \in Q$, $q \in \varepsilon\text{-θήκη}(q)$.
(κάθε κατάσταση ανήκει στην ε-θήκη του εαυτού της)
- **Επαγωγική Υπόθεση:** Έστω κατάσταση $p \in \varepsilon\text{-θήκη}(q)$.
- **Επαγωγικό Βήμα:** Για οποιαδήποτε κατάσταση $r \in \delta(p, \varepsilon)$,
 $r \in \varepsilon\text{-θήκη}(q)$.

Επειταμένη Συνάρτηση μετάβασης

☞ Επειταμένη Συνάρτηση μετάβασης : $\delta' : Q \times (e \cup \Sigma^*) \rightarrow 2^Q$

Παίρνει είσοδο ολόκληρη τη λέξη εισόδου και δίνει την κατάσταση στην οποία θα μεταβεί το αυτόματο όταν διαβάσει τη λέξη.

☞ **Ορισμός.** Επειταμένη Συνάρτηση μετάβασης : (Επαγωγικά)

- **Βάση:** για κάθε κατάσταση $q \in Q$, $\delta'(q, e) = \epsilon$ -θήκη(q) .
- **Επαγωγική Υπόθεση:** Για οποιοδήποτε ακέραιο $k \geq 0$, έστω ότι έχουμε ορίσει την $\delta'(q, w)$ για όλες τις καταστάσεις q και όλες τις λέξεις $w \in \Sigma^*$ με μήκος $|w| = k$.
- **Επαγωγικό Βήμα:** Για οποιαδήποτε κατάσταση q και λέξη $w = u \sigma$ όπου $u \in \Sigma^*$ με μήκος $|w| = k=1$ και $\sigma \in \Sigma$,

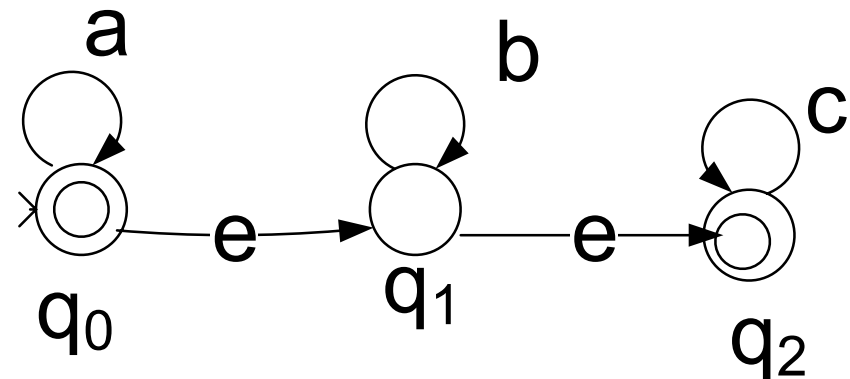
$$\delta'(q, w) = \bigcup_{q'_i \in \bigcup_{q_i \in \delta'(q, u)} \delta(q_i, \sigma)} \epsilon\text{-θήκη}(q'_i) .$$

Παράδειγμα

- ε -θήκη (q_0) = $\{q_0, q_1, q_2\}$

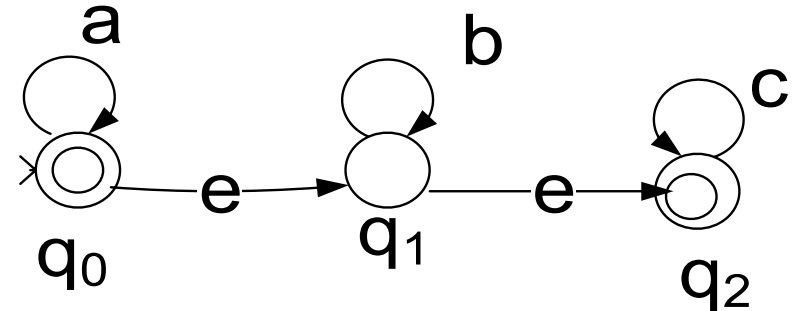
-

ε -Μη-Ντετερμινιστικό



9. Κατασκευή ΝΠΑ από ΜΝΠΑ (με κενές μεταβάσεις)

ε-Μη-Ντετερμινιστικό



- $\delta(q_0, \epsilon) = \epsilon$ -θήκη(q_0) = $\{q_0, q_1, q_2\}$

⇒ $Q_0 = \epsilon$ -θήκη(q_0) = $\{q_0, q_1, q_2\}$

- $\delta^D(\{q_0, q_1, q_2\}, a) : \delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a) = \{q_0\}$

⇒ $\delta^D(\{q_0, q_1, q_2\}, a) = \epsilon$ -θήκη(q_0) = $Q_0 = \{q_0, q_1, q_2\}$

- $\delta^D(\{q_0, q_1, q_2\}, b) : \delta(q_0, b) \cup \delta(q_1, b) \cup \delta(q_2, b) = \{q_1\}$

⇒ $\delta^D(\{q_0, q_1, q_2\}, b) = \epsilon$ -θήκη(q_1) = $Q_1 = \{q_1, q_2\}$

- $\delta^D(\{q_1, q_2\}, b) : \delta(q_1, b) \cup \delta(q_2, b) = \{q_1\}$

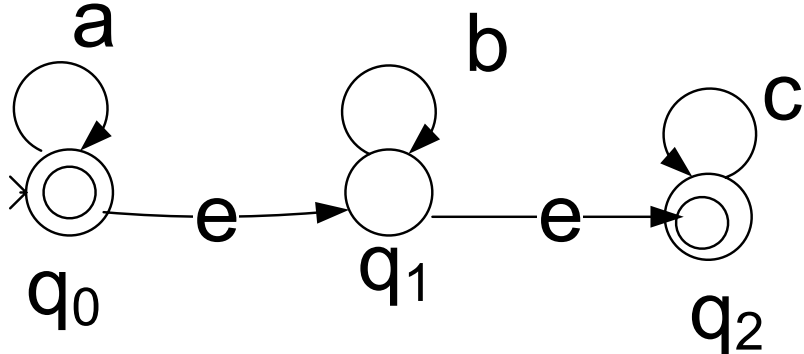
⇒ $\delta^D(\{q_1, q_2\}, b) = \epsilon$ -θήκη(q_1) = $Q_1 = \{q_1, q_2\}$

- $\delta^D(\{q_1, q_2\}, a) : \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a) = \emptyset$

⇒ $\delta^D(\{q_1, q_2\}, a) = \epsilon$ -θήκη(\emptyset) = \emptyset

9. Κατασκευή ΝΠΑ από ΜΝΠΑ (με κενές μεταβάσεις) (συνέχεια)

ε-Μη-Ντετερμινιστικό



Ντετερμινιστικό

