

ΕΠΛ 211 Θεωρία Υπολογισμού και Πολυπλοκότητας

Μ. Μαυρονικόλας

4/4/2008

3η Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 11/4/2008

ΑΣΚΗΣΗ 1

Κατασκευάστε γραμματικές χωρίς συμφραζόμενα που παράγουν κάθε μια από τις παρακάτω γλώσσες:

[α] $\{ w \in \{a,b\}^* : \#_b(w) = 2 \#_a(w) \}$.

[β] $\{ w \in \{a,b,(,), U^*, 0\}^* : w \text{ είναι μια κανονική έκφραση για το αλφάβητο } \{a,b\} \}$.

[γ] $\{ a^m b^n : n \leq m \leq 2n \}$

[δ] $\{ a^m b^n c^p d^q : m + n = p + q \}$

Για κάθε περίπτωση, δείξτε προσεκτικά ότι η γλώσσα που παράγει η γραμματική σας είναι ακριβώς ίση με την αντίστοιχη γλώσσα.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Κατασκευάστε αυτόματα με στοίβα που να δέχονται τις παρακάτω γλώσσες:

[α] $\{ a^m b^n : m \leq n \leq 2m \}$

[β] $\{ w \in \{a,b\}^* : w = w^R \}$

Αποδείξτε την ορθότητα των κατασκευών σας.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Ποιές από τις παρακάτω γλώσσες είναι χωρίς συμφραζόμενα; Αποδείξτε τις απαντήσεις σας.

[α] $\{ a^m b^n c^p : m = n \text{ ή } n = p \text{ ή } m = p \}$

$$[B] \quad \{ a^m b^n c^p : m = n \text{ ή } n \neq p \text{ ή } m \neq p \}$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Η παρακάτω γραμματική, παρόλο που δεν είναι κανονική, παράγει μια κανονική γλώσσα:

$$(\{ S, A, B, a, b \}, \{ a, b \}, \{ S \rightarrow AabB, A \rightarrow aA, A \rightarrow bA, A \rightarrow e, B \rightarrow Bab, B \rightarrow Bb, B \rightarrow ab, B \rightarrow b \}, S).$$

Βρείτε μια κανονική έκφραση που παριστά τη γλώσσα, ένα μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που δέχεται τη γλώσσα και μια κανονική γραμματική που την παράγει.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Χρησιμοποιείστε το Θεώρημα Άντλησης για γλώσσες χωρίς συμφραζόμενα για να δείξετε ότι κάθε μια από τις παρακάτω γλώσσες δεν είναι γλώσσα χωρίς συμφραζόμενα:

$$[a] \quad \{ w \in \{a,b\}^* : \#_b(w) = (\#_a(w))^2 \}.$$

$$[B] \quad \{ ab^{2^i} a^i : i \geq 0 \}.$$