

1η Σειρά Ασκήσεων

1. Γράψτε κανονικές εκφράσεις για τις ακόλουθες γλώσσες:

- (a) $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_k, k \in \mathbb{N}, \text{ όπου όλα τα σύμβολα στις άρτιες θέσεις είναι ίδια}\}.$
- (b) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{κάθε σύμβολο } b \text{ στη λέξη } w \text{ ακολουθείται από ένα σύμβολο } b\}.$
- (c) $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \eta \ w \ \text{δεν περιέχει τρία συνεχόμενα } a\}.$
- (d) $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \eta \ w \ \text{αρχίζει με } a \ \text{και έχει περιττό μήκος ή } \eta \ w \ \text{αρχίζει με } b \ \text{και περιέχει ακριβώς δύο } a\}.$
- (e) $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \eta \ w \ \text{δεν περιέχει το ίδιο σύμβολο σε συνεχόμενες θέσεις}\}.$

2. Κατασκευάστε διαγράμματα καταστάσεων για ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα που αποδέχονται τις ακόλουθες γλώσσες:

- (a) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \ \text{παριστάνει κάποιο ακέραιο ο οποίος διαιρούμενος από το 4 αφήνει υπόλοιπο 3}\}$
- (b) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{κάθε σύμβολο } a \ \text{στη λέξη } w \ \text{ακολουθείται από ένα σύμβολο } b \}.$

3. (a) Κατασκευάστε διάγραμμα καταστάσεων για μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο το οποίο δέχεται τη γλώσσα:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{το δεύτερο σύμβολο στη } w \ \text{είναι } a \ \text{ή το προτελευταίο σύμβολο στη } w \ \text{είναι } b\}$$

Το διάγραμμα καταστάσεων που θα κατασκευάσετε μπορεί να περιέχει κενές μεταβάσεις.

- (b) Χρησιμοποιείστε την κατασκευή υποσυνόλων για να μετατρέψετε το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που κατασκευάσατε σε ντετερμινιστικό.
4. (a) Κατασκευάστε διάγραμμα καταστάσεων για μη-ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο με τρεις καταστάσεις και χωρίς κενές μεταβάσεις το οποίο δέχεται τη γλώσσα:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{το πρότελευταίο σύμβολο στη } w \ \text{είναι } b\}$$

- (b) Χρησιμοποιείστε την κατασκευή υποσυνόλων για να μετατρέψετε το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που κατασκευάσατε σε ντετερμινιστικό.

5. Έστω $\Sigma = \{a, b\}$ και κανονική γλώσσα L πάνω στο αλφάβητο Σ . Θεωρούμε τις γλώσσες

$$\text{MIE}(L) = \{w \in \Sigma^* \mid \sigma_1 w \in L \ \text{ή} \ w \sigma_2 \in L \ \text{για κάποια σύμβολα } \sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma\}.$$

$$\text{HX}\Omega(L) = \{\sigma_1^{n_1} \dots \sigma_k^{n_k} \mid \sigma_1 \dots \sigma_k \in L \ \text{και} \ n_i > 0 \ \text{όπου} \ 1 \leq i \leq k\}.$$

$$\text{XENA}(L) = \{\sigma_1 \dots \sigma_k \mid \sigma_1 \dots \sigma_k \in L \ \text{και} \ \sigma_i \neq \sigma_{i+1} \ \text{όπου} \ 1 \leq i < k\}.$$

Να αποδείξετε ότι οι γλώσσες $\text{MIE}(L)$, $\text{HX}\Omega(L)$ και $\text{XENA}(L)$ είναι κανονικές.

Παράδοση: 29 Φεβρουαρίου.