

Τελικός Διαγωνισμός

- Απαντείστε όλα τα θέματα. Ο συνολικός αριθμός μονάδων είναι **100**.
- Αποδείξτε όλες τις απαντήσεις σας! Δεν θα δοθούν μονάδες, αν δεν δοθούν ορθές αποδείξεις.
- Η διάρκεια της εξέτασης είναι 2 ώρες και 30 λεπτά.

1. ($2 \times 15 = 30$ μονάδες) Κατατάξτε κάθε μία από τις παρακάτω γλώσσες σαν **K** (κανονική) ή **T** (μη κανονική).

(α) $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{υπάρχει πρόθεμα } u \text{ της } w \text{ όπου } \#_0(u) \cdot \#_1(u) \text{ είναι πολλαπλάσιο του } 3 \}$

(β) $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{υπάρχει πρόθεμα } u \neq \varepsilon \text{ της } w \text{ όπου } \#_0(u) \equiv \#_1(u) \pmod{3}\}$

2. ($2 \times 15 = 30$ μονάδες) Κατατάξτε κάθε μία από τις παρακάτω γλώσσες σαν **K** (κατηγορηματική) ή **T** (μη κατηγορηματική).

(α) $L_3 = \{w \in \{0\}^* \mid |w| = 2^{3^n} \text{ για κάποιο ακέραιο } n \geq 0 \}$

$$(\beta) L_4 = \{0^n 1^m \mid n^2 \leq m^3\}$$

3. ($2 \times 20 = 40$ μονάδες) Κατατάξτε κάθε μία από τις παρακάτω γλώσσες σαν **A** (αναδρομική), **AA** (αναδρομικά αριθμήσιμη, αλλά όχι αναδρομική), **ΣA** (συναναδρομικά αριθμήσιμη, αλλά όχι αναδρομική), ή **T** (ούτε αναδρομικά αριθμήσιμη, ούτε συναναδρομικά αριθμήσιμη).

(Σε όλες τις γλώσσες, M συμβολίζει μια μηχανή Turing.)

(α) $L_5 = \{ \rho(M) \mid \eta L(M) \text{ είναι πεπερασμένη γλώσσα ή } L(M) = \Sigma^* \}$

(β) $L_6 = \{ \rho(M) \mid \eta L(M) \text{ είναι άπειρη γλώσσα} \}$