

1η Σειρά Ασκήσεων

- Παράδοση: 17 Φεβρουαρίου 2009 (στην έναρξη της διάλεξης).

1. ($10 \times 4 = 40$ μονάδες) Κατασκευάστε διαγράμματα καταστάσεων για ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα (ΝΠΑ) που δέχονται τις ακόλουθες γλώσσες πάνω στο αλφάβητο $\{0, 1\}$:

- (α) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ αρχίζει με } 1 \text{ και τελειώνει με } 0\}$
- (β) $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ περιέχει το } 1 \text{ τουλάχιστον τρεις φορές}\}$
- (γ) $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ περιέχει την υπολέξη } 0101\}$
- (δ) $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ έχει μήκος τουλάχιστον } 3 \text{ και το τρίτο της σύμβολο είναι } 0\}$
- (ε) $L_5 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ έχει περιττό μήκος και αρχίζει με } 0 \text{ ή έχει άρτιο και αρχίζει με } 1\}$
- (στ) $L_6 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ δεν περιέχει την υπολέξη } 110\}$
- (ζ) $L_7 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ έχει μήκος τουλάχιστον } 5\}$
- (η) $L_8 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ είναι οποιαδήποτε λέξη εκτός από τις } 11 \text{ και } 111\}$
- (θ) $L_9 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{το σύμβολο σε κάθε περιττή θέση της } w \text{ είναι } 1\}$
- (ι) $L_{10} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = 0 \text{ ή } w = \varepsilon\}$

2. ($4 \times 5 = 20$ μονάδες) Κατασκευάστε διαγράμματα καταστάσεων για μη ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα (ΜΝΠΑ) με τον καθορισμένο αριθμό καταστάσεων για τις ακόλουθες γλώσσες πάνω στο αλφάβητο $\{0, 1\}^*$:

- (α) ΜΝΠΑ με μία κατάσταση για τη γλώσσα $L_{11} = \{\varepsilon\}$.
- (β) ΜΝΠΑ με μία κατάσταση για τη γλώσσα $L_{12} = \{0\}^*$.
- (γ) ΜΝΠΑ με τρεις καταστάσεις για τη γλώσσα $L_{13} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ w \text{ τελειώνει με } 00\}$.
- (δ) ΜΝΠΑ με πέντε καταστάσεις για τη γλώσσα L_3 .

3. (20 μονάδες) Θεωρούμε ΜΝΠΑ M . Μετατρέπουμε κάθε τελική κατάσταση του M σε μη τελική, και κάθε μη τελική σε τελική, και λαμβάνουμε το αυτόματο $\overline{M}$. Αποδείξτε ότι δεν ισχύει απαραίτητα ότι $L(\overline{M}) = \overline{L(M)}$.

4. (20 μονάδες) Θεωρούμε μία νέα κατηγορία από (μη ντετερμινιστικά) πεπερασμένα αυτόματα, τα οποία καλούνται πεπερασμένα αυτόματα όλων-των-μονοπατιών (ΠΑΟΤΜ). Μια λέξη $w \in \Sigma^*$ γίνεται δεκτή από ένα πεπερασμένο αυτόματο όλων-των-μονοπατιών M αν κάθε υπολογισμός του M πάνω στη λέξη w οδηγεί σε τελική κατάσταση. Αποδείξτε ότι το σύνολο των γλωσσών που γίνονται δεκτές από ΝΠΑ ισούται με το σύνολο των γλωσσών που γίνονται δεκτές από ΠΑΟΤΜ.